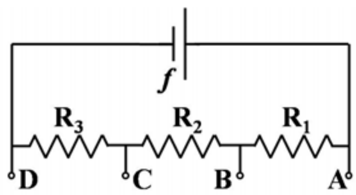
Esame di Fisica 2

Corso Interateneo di Ing. Informatica e Biomedica – 17/02/2012

Problema 1

Data la forza elettromotrice f e le tre resistenze R_1, R_2, R_3, collegate come in figura, si calcolino le differenze di potenziale ΔV_{AB} fra i punti A e B del circuito, ΔV_{BC} fra i punti B e C, e ΔV_{CD} fra i punti C e D. Si esprimano i risultati in funzione dei parametri f, R_1, R_2, R_3.



Problema 2

Un condensatore piano ha armature quadrate di lato a = 30cm a distanza d = 0.5cm. Lo spazio tra le armature è riempito con una lastra di dielettrico di costante dielettrica relativa ε_r = 2.5. In queste condizioni il condensatore viene caricato mediante un generatore con una differenza di potenziale (d.d.p.) V_0 = 400V.

1) Determinare la carica sulle armature del condensatore collegato al generatore.

Successivamente, dopo aver aperto il circuito, la lastra di dielettrico viene estratta completamente. Determinare dopo l'estrazione:

2) la d.d.p. V tra le armature del condensatore;

3) la variazione di energia elettrostatica immagazzinata;

4) il modulo della forza applicata dall'esterno per estrarre il dielettrico, supponendo che tale forza sia costante durante l'estrazione stessa.

Problema 3

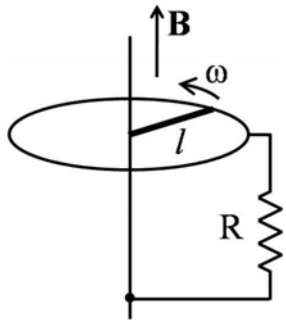
Una barretta conduttrice di lunghezza l = 20cm ruota con velocità angolare ω = 50rad/s attorno ad un asse perpendicolare alla barretta stessa e passante per un suo estremo, ed è immersa in un campo magnetico B = 1.0T uniforme e parallelo all'asse di rotazione (vedi figura). L'altro estremo della barretta striscia (con attrito trascurabile) su una guida circolare conduttrice. Tra un punto dell'asse ed uno della guida è inserita una resistenza R = 1.5Ω. Calcolare:

1) la forza elettromotrice indotta;

2) l'intensità di corrente nella resistenza R;

3) la potenza meccanica che deve essere spesa per mantenere la barretta in rotazione.

[suggerimento: per calcolare la f.e.m. indotta si tenga presente che del tutto in generale una f.e.m. $f = \int \mathbf{E}\cdot d\mathbf{l}$ dove l'integrale è eseguito lungo il circuito e che esiste un campo elettrico associato alla forza di Lorentz; in alternativa, l'area di una porzione di cerchio di raggio l e con angolo al centro θ è data da $\frac{1}{2}\theta\cdot l^2$].



Soluzione problema 1

Nel circuito in figura, le tre resistenze sono in serie e quindi la loro resistenza equivalente R_{eq} è pari alla somma delle resistenze. Calcoliamo la corrente I che circola nel circuito applicando la legge di Ohm, $I = f/R_{eq}$:

$$I = \frac{f}{R_1 + R_2 + R_3}$$

La d.d.p. ai capi di ciascuna resistenza, sempre per la legge di Ohm, sarà data dal prodotto $I \cdot R_i$:

$$\Delta V_{AB} = \frac{f \cdot R_1}{R_1 + R_2 + R_3}$$

$$\Delta V_{BC} = \frac{f \cdot R_2}{R_1 + R_2 + R_3}$$

$$\Delta V_{CD} = \frac{f \cdot R_3}{R_1 + R_2 + R_3}$$

Soluzione problema 2

Punto 1): Per un condensatore piano riempito di dielettrico con costante dielettrica relativa ε_r le cui armature quadrate hanno lato a e sono distanti d, la capacità è la seguente:

$$C = \frac{\varepsilon_0 \varepsilon_r a^2}{d} = 400\text{pF}$$

Per un qualsiasi condensatore, la relazione fra carica Q sulle armature, d.d.p. V_0 e capacità C è $Q = C \cdot V_0$, da cui segue che la carica sul condensatore è:

$$Q = C \cdot V_0 = \frac{\varepsilon_0 \varepsilon_r a^2}{d} \cdot V_0 = 1.6 \cdot 10^{-7}\text{C}$$

Punto 2): Dopo l'apertura del circuito, non vi è più alcuna d.d.p. che alimenta il condensatore ma la carica non può fluire via. Quindi siamo in presenza di un condensatore isolato e caricato con la carica Q appena calcolata. Inoltre, dopo l'estrazione del dielettrico la capacità del condensatore diventa:

$$C_0 = \frac{\varepsilon_0 a^2}{d} = \frac{C}{\varepsilon_r}$$

da cui segue che la d.d.p. fra le armature è:

$$V = \frac{Q}{C_0} = \varepsilon_r V_0 = 1000\text{V}$$

Punto 3): A parità di carica sul condensatore e in assenza di lavoro fatto dal generatore durante l'estrazione del dielettrico (perché il circuito è stato aperto prima di iniziare l'estrazione del dielettrico), la variazione di energia elettrostatica immagazzinata nel condensatore è pari a:

$$\Delta U = \frac{Q^2}{2C_0} - \frac{Q^2}{2C} = \frac{Q^2}{2C}\left(\varepsilon_r - 1\right) = 4.8 \cdot 10^{-5}\,\text{J}$$

Punto 4): La variazione ΔU mostra che l'energia immagazzinata nel condensatore aumenta con l'estrazione del dielettrico e, dato che non c'è lavoro fatto dal generatore di tensione, ci deve essere una forza esterna **F** che un compie lavoro W sul dielettrico durante l'estrazione. L'estrazione del dielettrico è completa quando esso ha percorso una distanza pari al lato a delle armature e, supponendo che **F** sia costante, si può scrivere che:

$$\Delta U = W = \int \mathbf{F} \cdot \mathbf{ds} = F \cdot a$$
$$F = \frac{\Delta U}{a} = 1.6 \cdot 10^{-4}\,\mathrm{N}$$

Soluzione problema 3

Punto 1): Calcoliamo la forza elettromotrice indotta f_{ind} sfruttando la legge dell'induzione di Faraday. A tal proposito abbiamo bisogno di calcolare il flusso del campo **B** attraverso il circuito. Dalla figura si vede che il campo **B** e la parte di circuito che giace nel piano verticale (cioè quella che contiene la resistenza R) sono complanari fra loro, ovvero giacciono nello stesso piano. Ne segue che il flusso di **B** attraverso tale parte di circuito è nullo. Rimane da considerare la parte di circuito contenente la barretta che ruota: questa parte di circuito ha invece la superficie perpendicolare a **B** e di conseguenza il flusso attraverso di essa è pari al prodotto di B ed A, con $A = ½\theta{\cdot}l^2 = ½\omega t{\cdot}l^2$. Ne segue che:

$$\Phi(B) = B \cdot \frac{1}{2}\omega l^2 t$$
$$f_{ind} = \left\lfloor \frac{d(\Phi)}{dt} \right\rfloor = \frac{1}{2} B\omega l^2 = 1\mathrm{V}$$

Punto 2): Dalla f_{ind} possiamo calcolare la corrente I circolante nella resistenza R applicando la legge di Ohm:

$$I = \frac{f_{ind}}{R} = \frac{B\omega l^2}{2R} = \frac{2}{3}\mathrm{A}$$

Punto 3): Una barretta percorsa da corrente e immersa in un campo magnetico risente di una forza meccanica pari a $\mathbf{F} = I{\cdot}(\boldsymbol{l} \times \mathbf{B})$. In questo caso la corrente è sempre perpendicolare al campo magnetico, da cui segue che il prodotto vettoriale si riduce al prodotto dei moduli, l e B. Tale forza **F** si oppone alla rotazione della barretta ed è applicata nel punto centrale della barretta; quindi una forza uguale e contraria deve essere applicata dall'esterno nello stesso punto per mantenere la barretta in rotazione. L'intensità della forza esterna deve essere allora:

$$F = I \cdot l \cdot B = \frac{1}{2}\frac{B\omega l^2}{R} \cdot l \cdot B = \frac{B^2 \omega l^3}{2R}$$

Il modulo del momento meccanico M associato a tale forza è pari al prodotto del braccio, $l/2$, per il modulo della forza, F:

$$M = F \cdot \frac{l}{2} = \frac{B^2\omega l^4}{4R}$$

Infine la potenza meccanica P_{Mecc} fornita dall'esterno è data dal prodotto del momento meccanico M per la velocità angolare ω:

$$P_{Mecc} = M \cdot \omega = \frac{B^2\omega^2 l^4}{4R} = \frac{2}{3}\mathrm{W}$$

Si noti che questa potenza fornita dall'esterno non va ad aumentare la velocità della barretta (cioè non diventa energia cinetica della barretta), ma è pari alla potenza elettrica P_{Elettr} dissipata nella resistenza R per effetto Joule:

$$P_{Elettr} = R \cdot I^2 = R \cdot \left(\frac{B\omega l^2}{2R}\right)^2 = \frac{B^2\omega^2 l^4}{4R}$$