**Risultati esame scritto Fisica 1 - 01/03/2012**
**orali: 12-03-2012 alle ore 12:00 presso aula P**

**(si ricorda che gli studenti ammessi possono sostenere l'esame orale anche in qualsiasi appello successivo a quello in cui hanno superato la prova scritta)**
**(gli studenti interessati a visionare lo scritto sono pregati di presentarsi il giorno dell'orale)**

**Nuovo ordinamento**

| | | voto | |
|---|---|---|---|
| ALANMANOU | GBEGNONOUDO PAULIN | 19 | ammesso |
| AMATO | MATTIA | nc | |
| BIANCHI | FRANCESCO | nc | |
| BLASI | FRANCESCO | 12 | |
| CAPUTO | MARIA TERESA | nc | |
| CARIDI | MICHELA | 16 | |
| CARISTO | ROSA | nc | |
| CASELLA | ALESSANDRO | nc | |
| CASSANO | LUCIO | nc | |
| CATRAMBONE | ANGELINA | nc | |
| CELIA MAGNO | MATTIA | 17 | ammesso |
| CORSO | MARIANGELA | 12 | |
| CORTESE | FILOMENA | nc | |
| COSENTINI | CLAUDIA | 17 | ammesso |
| CRISTOFARO | RAFFAELE | 13 | |
| CRITELLI | MARIA LUIGIA | 17 | ammesso |
| CURCIO | VITTORIO | 11 | |
| D'ALESSIO | ANGELA | 14 | |
| D'ANGELO | ANTONIO | nc | |
| DE FILIPPO | ROCCO | nc | |
| DOLCE | FABIOLA | nc | |
| DRAGONE | DONATELLA | 10 | |
| ESPOSITO | FRANCESCO | 12 | |
| FILIPPA | PIERPAOLO | 12 | |
| FURFARO | ALBA | nc | |
| GIOFFRE' | RICCARDO | nc | |
| GRILLO | MARIA CARMELA | 15 | |
| GRILLO | VINCENZO | nc | |
| GUALTIERI | AURORA | 18 | ammesso |
| GUERRA | ALESSANDRA | nc | |
| GUERRISE | MARCO | 11 | |
| IACONANTONIO | CRISTINA | 10 | |
| IANNI' | GAETANO | 11 | |
| LORUSSO | ANTONIO | nc | |
| LUCA' | FABIOLA | nc | |
| LUMARE | ANGELA MOIRA | 10 | |
| MADIA | MARCO | nc | |
| MAIDA | CHIARA | nc | |
| MAIO | ANDREA | 16 | |
| MAMONE | GIUSEPPE | 10 | |
| MANCUSO | MARIA TERESA | 11 | |
| MANNARINO | DANIELE | nc | |
| MARINO | FRANCESCA | 13 | |
| MASTROIANNI | ALESSANDRO | 15 | |
| MASTROIANNI | MARIANNA | 15 | |
| MAURO | DANIELE | 14 | |
| MAZZITELLI | LETIZIA | nc | |
| MIRARCHI | VINCENZO | 11 | |
| MORANO | GIOVANNA | nc | |
| MURONE | FRANCESCO | nc | |

**Vecchio ordinamento**

| | | voto | |
|---|---|---|---|
| DE ROSE | CHIARA | 19 | ammesso |
| NOBILE | EMANUELE | 16 | ammesso |

| | | | |
|---|---|---|---|
| MUSCI | CATERINA | 12 | |
| NERI | TERESA | 11 | |
| NOCERA | TOMMASO | nc | |
| PALLONE | FRANCESCO | 12 | |
| PANAIA | VINCENZO | nc | |
| PEDE | STEFANO | 11 | |
| PERRI | LICIA | 11 | |
| PIPICELLI | ALESSANDRA | 13 | |
| PIRRONE | MATTIA | 12 | |
| PLUTINO | CLAUDIA | 14 | |
| PONTORIERO | MARIA GRAZIA | nc | |
| PROCOPIO | EMANUELE | 11 | |
| PROTSENKO | ANDRIY | nc | |
| PUCCIO | LORENZA | 11 | |
| PUGLIESE | ELISABETTA | 17 | ammesso |
| RICCELLI | ANTHONY | nc | |
| RUSSO | ERICA | nc | |
| SCRENCI | FRANCESCO | 12 | |
| SERGI | CARLA | nc | |
| SERGIO | FRANCESCO | 12 | |
| SGHERRI | ALESSANDRO | 13 | |
| SILIPO | AIDA | 12 | |
| SOLLAZZO | AMALIA | nc | |
| STRANGES | PIETRO | 10 | |
| STRANO | EUGENIA | 11 | |
| VELLUTINI | GIACINTO | nc | |
| VINCI | GREGORIO | nc | |
| VISCOMI | MARIO | 10 | |

# Esame di Fisica 1

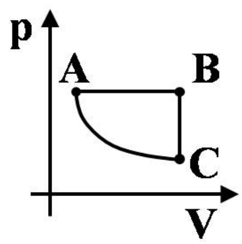
## Corso Interateneo di Ing. Informatica e Biomedica – 01/03/2012

**Problema 1 (Vecchio Ordinamento)**

Si calcoli il tempo impiegato da un corpo di massa $m$ a scendere lungo un piano inclinato che forma un angolo $\theta$ =60° con l'orizzontale e di lunghezza $l$ = 3m, partendo dallo stato di quiete. Il coefficiente di attrito fra piano inclinato e corpo di massa $m$ è pari a $\mu$ = 0.25.

**Problema 1 (Nuovo Ordinamento)**

Un recipiente cilindrico contiene un gas monoatomico ed è chiuso tramite un pistone che può scorrere senza attrito. Inizialmente il gas si trova nello stato A caratterizzato da pressione $p_A$ = $1\cdot10^5$Pa, volume $V_A$ = 2dm$^3$ e temperatura $T_A$ = 300K. Il gas subisce un'espansione a pressione costante portandosi nello stato B con volume $V_B$ = 4dm$^3$ (vedi figura). Successivamente si porta il gas allo stato C mediante una trasformazione a volume costante, fino alla pressione $p_C$ = $0.5\cdot10^5$Pa. Infine si riporta il gas nello stato iniziale A mediante una trasformazione isoterma (vedi figura). Supponendo che tutte le trasformazioni del ciclo siano reversibili, se ne calcoli il rendimento. [costante dei gas perfetti: $R$ = 8.31 J K$^{-1}$ mol$^{-1}$]

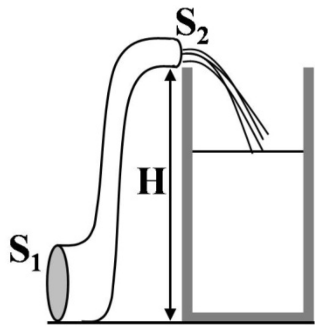



**Problema 2**

Sia dato un serbatoio cilindrico di altezza $H$ = 1m e di raggio $R$ = 0.5m, disposto verticalmente e aperto dal lato superiore (a contatto con la pressione atmosferica). Per riempire il serbatoio di acqua (densità dell'acqua $\rho$ = $1\cdot10^3$kg/m$^3$) viene utilizzato un tubo che parte dalla base del recipiente e arriva fino alla sua sommità, come mostrato in figura. La sezione iniziale del tubo è $S_1$ = 0.12m$^2$ mentre quella finale è $S_2$ = 0.03m$^2$. L'acqua viene spinta dalla sezione $S_1$ che è in basso fino alla sezione $S_2$ in alto. Si trascuri qualsiasi forma di attrito o forza viscosa e si calcoli:

1) la pressione $p_1$ minima da applicare alla sezione $S_1$ affinché l'acqua riesca ad arrivare alla sezione $S_2$;

2) la pressione $p_1$ da applicare alla sezione $S_1$ affinché il serbatoio venga completamente riempito di acqua in un tempo $\Delta t$ = 2.5hrs.



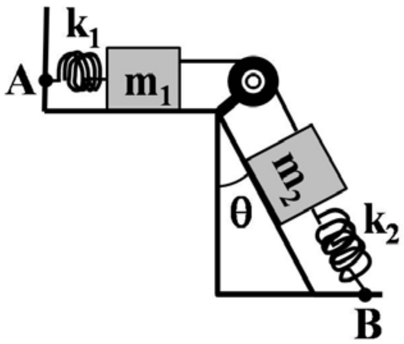

**Problema 3**

Un corpo di massa $m_1$ = 2kg poggia su un piano orizzontale ed è vincolato ad una molla di costante elastica $k_1$ = 800N/m e con posizione a riposo pari a $x_{01}$ = 0.4m. Dall'altro lato il corpo è legato ad una fune inestensibile di massa trascurabile, come mostrato in figura, e attraverso una carrucola è legato ad un secondo corpo di massa $m_2$ = 8kg. Quest'ultimo poggia su un piano inclinato che forma un angolo $\theta$ = 30° con la normale al piano orizzontale (vedi figura).

1) In assenza di forze di attrito si calcoli la posizione di equilbrio del corpo di massa $m_1$, detta $x_1$, e la tensione $T$ della fune; la posizione di equilibrio sia riportata come distanza dalla posizione A indicata in figura.

2) Successivamente una seconda molla di costante elastica $k_2$ = 200N/m e posizione a riposo pari a $x_{02}$ = 0.2m (misurata dal punto B in figura) viene legata al corpo di massa $m_2$ lungo la direzione del piano inclinato, come mostrato. Si esprimano le posizioni di equilibrio per i due corpi, misurate rispettivamente dai punti A e B, supponendo che la fune rimanga tesa e assumendo come nota la lunghezza $L$ della fune.

3) Il corpo di massa $m_2$ viene spostato dalla sua posizione di equilibrio, in direzione della molla con costante $k_2$, e quindi rilasciato. A questo punto il sistema inizia ad oscillare e si chiede di determinare la frequenza di oscillazione, sempre supponendo che la fune rimanga tesa durante l'oscillazione.



**Soluzione problema 1 (Vecchio Ordinamento)**

Sul corpo di massa $m$ agiscono la forza peso (di modulo $mg$ diretta verticalmente verso il basso), la reazione normale del piano inclinato (di modulo $N$, diretta perpendicolarmente al piano inclinato e verso l'alto) e la forza di attrito (di modulo $\mu N$, diretta parallelamente al piano inclinato e che si oppone al moto della massa $m$ verso il basso). Siano detti rispettivamente $x$ l'asse parallelo al piano inclinato e $y$ l'asse ad esso perpendicolare. La componente della forza peso perpendicolare al piano inclinato, $mg\cos\theta$, è bilanciata dalla reazione normale e non si ha moto lungo l'asse $y$. Lungo l'asse $x$ agiscono la componente della forza peso parallela al piano inclinato, $mg\sin\theta$ (verso il basso), e la forza di attrito, $\mu N$ (che si oppone a $mg\sin\theta$). In formule si ha lungo i due assi che:

$$\begin{cases} mg\cos\theta = N \\ ma_x = mg\sin\theta - \mu N \end{cases}$$

$$\begin{cases} \dots \quad \dots \quad \dots \\ ma_x = mg\sin\theta - \mu mg\cos\theta \end{cases}$$

Dall'ultima equazione segue che l'accelerazione lungo il piano inclinato è:

$$a_x = g(\sin\theta - \mu\cos\theta)$$

Tenendo conto che la velocità iniziale è pari a zero e che lo spazio percorso è pari a $l$, dalla legge oraria di un moto uniformemente accelerato si può ricavare il tempo $t$ impiegato ad arrivare alla fine del piano inclinato:

$$l = \frac{1}{2}a_x t^2$$

$$t = \sqrt{\frac{2l}{a_x}} = \sqrt{\frac{2l}{g(\sin\theta - \mu\cos\theta)}} = 0.9\text{s}$$

**Soluzione problema 1 (Nuovo Ordinamento)**

Il rendimento $\eta$ di un ciclo termodinamico è per definizione il rapporto fra il lavoro $\Delta W$ prodotto durante il ciclo e il calore $\Delta Q$ assorbito:

$$\eta = \frac{\Delta W}{\Delta Q}$$

Calcoliamo prima di tutto il lavoro prodotto durante il ciclo. Il gas compie lavoro positivo verso l'esterno nella trasformazione isobara da A a B (espansione del gas), mentre compie un lavoro negativo (compressione del gas) durante la trasformazione isoterma. Non vi è invece lavoro durante la trasformazione isocora perché il volume rimane costante. Il lavoro totale prodotto è allora:

$$\Delta W = \Delta W_{AB} + \Delta W_{CA} = p_A(V_B - V_A) + nRT_A \ln(V_A/V_C)$$

Il volume $V_C = V_B$ mentre il numero di moli $n$ del gas può essere ricavato dall'equazione di stato dei gas perfetti applicata allo stato A:

$$p_A V_A = nRT_A$$

$$n = \frac{p_A V_A}{RT_A} = 0.08\text{mol}$$

Con queste sostituzioni il lavoro prodotto durante il ciclo è pari a:

$$\Delta W = p_A(V_B - V_A) + p_A V_A \ln(V_A/V_B) = 61.4\text{J}$$

Prima di calcolare il calore scambiato, osserviamo che la temperatura $T_B$ è data da:

$$p_B V_B = nRT_B$$

$$T_B = \frac{p_B V_B}{nR} = \frac{p_A V_B}{nR} = 601\text{K}$$

Per un gas monoatomico la capacità termica a pressione costante è data da $C_P = (5/2)nR$, e quindi il calore scambiato nella trasformazione isobara è pari a:

$$\Delta Q_{AB} = C_P(T_B - T_A) = \frac{5}{2}nR(T_B - T_A) = 500.3\text{J}$$

Analogamente, nota la capacità termica a volume costante $C_V = (3/2)nR$ e dato che $T_C = T_A$, il calore scambiato nella trasformazione isocora è pari a:

$$\Delta Q_{BC} = C_V\left(T_C - T_B\right) = \frac{3}{2}nR\left(T_A - T_B\right) = -300.1\text{J}$$

Per la trasformazione isoterma si ha invece che il calore scambiato è pari al lavoro compiuto:

$$\Delta Q_{CA} = nRT_A \ln\left(V_A/V_C\right) = nRT_A \ln\left(V_A/V_B\right) = -138.2\text{J}$$

Degli scambi di calore calcolati, solo quello della trasformazione isobara è positivo e corrisponde a calore assorbito, mentre gli altri due sono calori ceduti dal gas durante il ciclo. Pertanto il rendimento è dato:

$$\eta = \frac{\Delta W}{\Delta Q} = \frac{\Delta W}{\Delta Q_{AB}} = \frac{61.4}{500.3} = 0.12$$

**Soluzione problema 2**

Punto 1): Affinché l'acqua riesca ad arrivare alla sezione $S_1$ ed inizi a riempire il recipiente è necessario superare il dislivello H riempiendolo completamente di acqua. In questa situazione, la pressione $p_1$ deve almeno uguagliare la pressione idrostatica dovuta alla colonna di liquido contenuta nel tratto verticale del tubo. Detta $p_0 = 1.01 \cdot 10^5$Pa la pressione atmosferica, allora $p_1$ deve essere come minimo uguale a:

$$p_1 = p_0 + \rho g H \approx 1.11\text{Pa}$$

Punto 2): Detta $v_2$ la velocità con cui fuoriesce il liquido dalla sezione $S_2$ e $V$ il volume del recipiente, la relazione che lega il tempo necessario a riempirlo alla velocità $v_2$ è:

$$V = S_2 v_2 \Delta t$$

da cui segue che:

$$\pi R^2 H = S_2 v_2 \Delta t$$

$$v_2 = \frac{\pi R^2 H}{S_2 \Delta t}$$

Applichiamo ora il teorema di Bernouilli al tubo compreso fra le sezioni $S_1$ e $S_2$, imponendo come condizioni che la quota $h_1$ della sezione $S_1$ sia pari a zero, la quota $h_2$ della sezione $S_2$ sia pari a $H$, la pressione $p_2$ sia pari alla pressione atmosferica $p_0$, e sfruttando l'equazione di continuità $S_1 \cdot v_1 = S_2 \cdot v_2$:

$$p_1 + \frac{1}{2}\rho v_1^2 + \rho g h_1 = p_2 + \frac{1}{2}\rho v_2^2 + \rho g h_2$$

$$p_1 + \frac{1}{2}\rho \frac{S_2^2}{S_1^2} v_2^2 + 0 = p_0 + \frac{1}{2}\rho v_2^2 + \rho g H$$

Facendo uso della relazione trovata per $v_2$, l'unica incognita nell'ultima equazione è la pressione $p_1$. Esplicitando si ha che:

$$p_1 = p_0 + \frac{1}{2}\rho v_2^2\left(1 - \frac{S_2^2}{S_1^2}\right) + \rho g H$$

$$p_1 = p_0 + \frac{1}{2}\rho\left(\frac{\pi R^2 H}{S_2 \Delta t}\right)^2\left(1 - \frac{S_2^2}{S_1^2}\right) + \rho g H \approx 1.11\text{Pa}$$

**Soluzione problema 3**

Punto 1): Sul corpo di massa $m_1$ agiscono, lungo la direzione verticale, la forza peso e la reazione normale del piano orizzontale. Queste due forze sono uguali e contrarie e si annullano reciprocamente. Lungo l'asse orizzontale abbiamo invece la forza elastica e la tensione $T$ della fune. Per tale corpo il II principio della dinamica diventa allora:

$$m_1 a_1 = -k_1\left(x_1 - x_{01}\right) + T$$

Sul corpo di massa $m_2$ agiscono la forza peso, la reazione normale del piano inclinato e la tensione della fune. La componente della forza peso normale al piano inclinato è uguale e contraria alla reazione normale, pertanto si ha moto solo lungo l'asse parallelo al piano inclinato. Considerando la componente della forza peso parallela al piano inclinato, $mg\cos\theta$, il II principio della dinamica per il corpo di massa $m_2$ è:

$m_2 a_2 = m_2 g\cos\theta - T$

All'equilibrio entrambe le accelerazioni devono essere pari a zero, per cui otteniamo il seguente sistema di equazioni:

$$\begin{cases} -k_1(x_1 - x_{01}) + T = 0 \\ m_2 g\cos\theta - T = 0 \end{cases}$$

Risolvendo il sistema si ottengono i valori di $x_1$ e $T$:

$$\begin{cases} x_1 = x_{01} + \dfrac{m_2 g\cos\theta}{k_1} = 0.48\text{m} \\ T = m_2 g\cos\theta = 67.97\text{N} \end{cases}$$

Punto 2): Legando una seconda molla alla massa $m_2$, cambia l'espressione del II principio della dinamica solo per il corpo $m_2$. Per ora misuriamo tutte le distanze a partire dal punto A, e indichiamo come $AB$ la distanza che c'è fra punto A e punto B percorrendo idealmente la linea tracciata dalla fune e dai suoi prolungamenti in entrambi i versi. Allora, detta $x'_{02}$ la posizione di riposo della molla $k_2$ misurata a partire da A, sussiste la seguente relazione:

$$x'_{02} = AB - x_{02}$$

Inoltre, dato che la fune di lunghezza $L$ rimane in tensione fra i due corpi, vale anche la seguente relazione:

$$x_2 = x_1 + L$$

dove $x_2$ è anch'essa misurata dal punto A.
Il II principio della dinamica per il corpo $m_2$ diventa allora:

$$m_2 a_2 = -k_2(x_2 - x'_{02}) + m_2 g\cos\theta - T$$

Combinando questa equazione con quella del corpo $m_1$ si ottiene un sistema di equazioni analogo al precedente e imponendo come prima che l'accelerazione sia nulla per entrambi i corpi si ottiene la condizione di equilibrio:

$$\begin{cases} -k_1(x_1 - x_{01}) + T = 0 \\ -k_2(x_2 - x'_{02}) + m_2 g\cos\theta - T = 0 \end{cases}$$

Sommando le due equazioni membro a membro e sostituendo la relazione scritta prima per $x_2$ si ottiene che:

$$-k_1(x_1 - x_{01}) - k_2(x_1 + L - x'_{02}) + m_2 g\cos\theta = 0$$

$$(k_1 + k_2)x_1 = k_1 x_{01} + k_2 x'_{02} - k_2 L + m_2 g\cos\theta \qquad \text{(eq.1)}$$

$$x_1 = \frac{k_1 x_{01} + k_2 x'_{02} - k_2 L + m_2 g\cos\theta}{k_1 + k_2}$$

La posizione di equilibrio $x_2$ misurata dal punto A sarà data invece dalla seguente espressione:

$$x_2 = x_1 + L = \frac{k_1 x_{01} + k_2 x'_{02} + k_1 L + m_2 g\cos\theta}{k_1 + k_2}$$

Sostituendo nelle espressioni trovate per $x_1$ e $x_2$ la relazione scritta prima per $x'_{02}$ si ottiene che:

$$x_1 = \frac{k_1 x_{01} + k_2 AB - k_2 x_{02} - k_2 L + m_2 g\cos\theta}{k_1 + k_2} = \frac{k_1 x_{01} + k_2(AB - L - x_{02}) + m_2 g\cos\theta}{k_1 + k_2}$$

$$x_2 = \frac{k_1 x_{01} + k_2 AB - k_2 x_{02} + k_1 L + m_2 g\cos\theta}{k_1 + k_2}$$

Infine si può esprimere $x_2$ misurato dal punto B sottraendo ad $AB$ l'espressione appena trovata:

$$AB - x_2 = \frac{k_1(AB - L - x_{01}) + k_2 x_{02} - m_2 g\cos\theta}{k_1 + k_2}$$

Punto 3): Spostando il sistema dalla posizione di equilibrio appena trovata, per il II principio della dinamica si ha il seguente sistema di equazioni differenziali:

$$\begin{cases} m_1 \dfrac{d^2 x_1}{dt^2} = -k_1\left(x_1 - x_{01}\right) + T \\ m_2 \dfrac{d^2 x_2}{dt^2} = -k_2\left(x_2 - x'_{02}\right) + m_2 g \cos\theta - T \end{cases}$$

Poiché si suppone che la fune rimanga tesa, l'accelerazione dei due corpi sarà la stessa, e sommando membro a membro le equazioni del precedente sistema si ottiene che:

$$\left(m_1 + m_2\right)\frac{d^2 x_1}{dt^2} = -k_1\left(x_1 - x_{01}\right) - k_2\left(x_1 + L - x'_{02}\right) + m_2 g \cos\theta$$

$$\left(m_1 + m_2\right)\frac{d^2 x_1}{dt^2} = -\left(k_1 + k_2\right)x_1 + \left[k_1 x_{01} + k_2 x'_{02} - k_2 L + m_2 g \cos\theta\right]$$

dove si è fatto uso della relazione $x_2 = x_1 + L$.

Confrontando l'espressione fra parentesi quadre dell'ultima equazione scritta con l'eq.1 scritta sopra, si può notare che il l'espressione fra parentesi quadre è pari a $(k_1+k_2)\cdot x_{1eq}$, dove si è indicato con $x_{1eq}$ la posizione di equilibrio trovata al punto 2 (si faccia attenzione che i corpi $m_1$ e $m_2$ sono stati spostati dalla posizione di equilibrio e quindi $x_1$ e $x_2$ ora non indicano più le posizioni di equilibrio, bensì le posizioni occupate dai due corpi al variare del tempo). L'ultima equazione scritta diventa allora:

$$\left(m_1 + m_2\right)\frac{d^2 x_1}{dt^2} = -\left(k_1 + k_2\right)x_1 + \left(k_1 + k_2\right)x'_{1eq}$$

$$\left(m_1 + m_2\right)\frac{d^2 x_1}{dt^2} = -\left(k_1 + k_2\right)\left(x_1 - x'_{1eq}\right)$$

$$\frac{d^2\left(x_1 - x'_{1eq}\right)}{dt^2} + \frac{\left(k_1 + k_2\right)}{\left(m_1 + m_2\right)}\left(x_1 - x'_{1eq}\right) = 0$$

L'ultima espressione scritta descrive un moto armonico di frequenza pari a: $f = \dfrac{1}{2\pi}\sqrt{\dfrac{k_1 + k_2}{m_1 + m_2}}$