Risultati esame scritto Fisica 2 - 28/06/2012
orali: 09-07-2012 alle ore 10.00 presso aula M

gli studenti interessati a visionare lo scritto sono pregati di presentarsi il giorno dell'orale;

Nuovo ordinamento

	voto	
AMENDOLA	nc	
BUMBACA	11	
COPPOLETTA	nc	
CREDIDIO	nc	
CRITELLI	nc	
GAGLIARDI	17	ammesso
LANZELOTTI	23	ammesso
LONGO	nc	
MAGLIA	18	ammesso
MASI	23	ammesso
MASTROIANNI	15	
MONTUORO	11	
NICOTERA	15	
SERIANNI	30	ammesso
SIMONE ALESSANDRO	19	ammesso

Vecchio ordinamento

	voto	
NOBILE	nc	
TODARO	16	ammesso

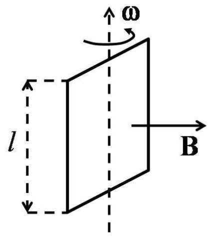
Per gli studenti del N.O.: possono sostenere l'esame di Fisica 2 solo gli studenti che hanno superato l'esame di Fisica 1

Esame di Fisica 2

Corso Interateneo di Ing. Informatica e Biomedica – 28/06/2012

Problema 1

Sia data una spira quadrata di resistenza R=5Ω immersa in un campo magnetico uniforme di modulo pari a B=1.0T. La spira ruota con velocità angolare ω=10Hz all'interno del campo magnetico, come mostrato in figura.
Sapendo che la potenza media dissipata per effetto Joule sulla resistenza della spira è pari a $<W_J>$=25W, calcolare il lato l della spira quadrata.

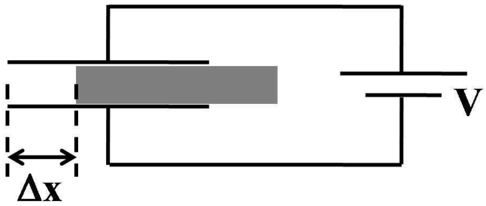


Problema 2

Sia dato un condensatore piano con piastre quadrate di lato l e separazione d fra le piastre, con all'interno un mezzo dielettrico di costante dielettrica relativa ε_r e con forma di parallelepipedo a facce quadrate di lato l e spessore pari a d (ovvero di dimensione pari al volume interno del condensatore). Inizialmente il dielettrico occupa tutto lo spazio interno del condensatore e quest'ultimo è collegato ad un generatore di tensione V. Successivamente si sposta il dielettrico verso l'esterno del condensatore di un tratto pari a x (vedi figura) e durante questo spostamento il condensatore rimane sempre collegato al generatore esterno di tensione.

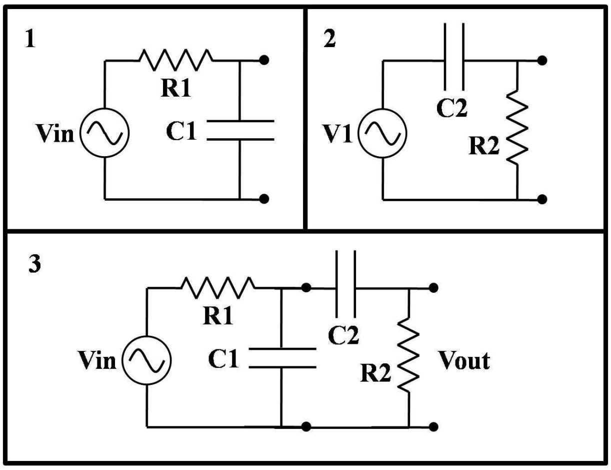
1) Si determini la variazione di carica ΔQ presente sul condensatore fra l'istante finale (quando il dielettrico è stato spostato di Δx) e l'istante iniziale (dielettrico che occupa tutto il volume del condensatore).
2) Si determini il lavoro W_G compiuto dal generatore di tensione fra l'istante iniziale e quello finale.
3) Si determini la variazione di energia elettrostatica ΔU_C accumulata nel condensatore fra l'istante finale e quello iniziale (si tenga presente che la tensione ai capi del condensatore rimane costante).
4) Si determini la variazione totale di energia del sistema condensatore più generatore di tensione, fra l'istante finale e quello iniziale, e si determini se il dielettrico viene attratto o respinto dal condensatore.

Si esprimano i risultati in funzione di ε_0, ε_r, l, x, d e V.



Problema 3

Nel circuito di figura 1, sia detta V^{in} la tensione alternata, di pulsazione ω, erogata dal generatore di tensione e siano note la resistenza R_1 e la capacità C_1; si determini l'ampiezza della tensione alternata V^1 ai capi del condensatore C_1.
Sia dato il circuito di figura 2 dove V^1 è la tensione alternata, di pulsazione ω, erogata dal generatore di tensione e siano note la resistenza R_2 e la capacità C_2; si determini l'ampiezza della tensione alternata V^{out} ai capi della resistenza R_2.
Si consideri ora il circuito di figura 3, che è la combinazione dei due circuiti precedenti. Si determini il rapporto fra le ampiezze di oscillazione della tensione di uscita V^{out}, ai capi della resistenza R_2, e quella di ingresso V^{in} erogata dal generatore di tensione, note le resistenze R_1 e R_2 e le capacità C_1 e C_2.
[Suggerimento: dato che si è interessati a calcolare solo le ampiezze di oscillazione, si può trascurare il calcolo delle fasi fra correnti e tensioni; si consideri che per le ampiezze di oscillazione vale sempre una legge di Ohm generalizzata del tipo: $V_0 = Z_0 \cdot I_0$ dove Z_0 è il modulo dell'impedenza complessa, mentre V_0 e I_0 sono rispettivamente le ampiezze di tensione e corrente.]



Soluzione problema 1

Data una spira che ruota all'interno di un campo magnetico *B*, per la legge dell'induzione di Faraday si ha una f.e.m. indotta nella spira data da:

$$f_{e.i.} = -\frac{d\Phi(B)}{dt}$$

Dalla geometria del problema, il flusso $\Phi(B)$ del campo magnetico attraverso la spira è dato dal prodotto scalare della superficie **S** della spira (che è un vettore che sta ruotando) col campo magnetico **B**:

$$\Phi(B) = \mathbf{B}\cdot\mathbf{S} = BS\cos(\omega t)$$

dove ωt è l'angolo compreso fra **B** ed **S**. Sostituendo nella prima formula quest'ultima espressione per il flusso $\Phi(B)$ si ottiene la f.e.m. indotta:

$$\left|f_{e.i.}\right| = \left|\frac{d\Phi(B)}{dt}\right| = \left|\frac{d\left[BS\cos(\omega t)\right]}{dt}\right| = BS\omega\sin(\omega t)$$

Una volta nota la f.e.m. indotta si può calcolare la corrente che circola nella spira e successivamente la potenza W_J dissipata per effetto Joule:

$$I = \frac{f_{e.i.}}{R} = \frac{BS\omega\sin(\omega t)}{R}$$

$$W_J = I^2 R = \frac{(BS\omega)^2\sin^2(\omega t)}{R^2}\cdot R = \frac{(BS\omega)^2\sin^2(\omega t)}{R}$$

Dall'ultima espressione segue che la potenza media dissipata per effetto Joule è data da:

$$< W_J > = \frac{(BS\omega)^2}{R}\cdot\frac{1}{T}\int_T \sin^2(\omega t)dt$$

$$< W_J > = \frac{(BS\omega)^2}{2R}$$

Nell'ultima espressione sono noti tutti i parametri dal testo del problema, eccetto *S* che essendo la superficie della spira quadrata è pari a l^2. Riarraggiando l'espressione si ottiene che:

$$S^2 = \frac{2R < W_J >}{B^2\omega^2}$$

$$l^4 = \frac{2R < W_J >}{B^2\omega^2}$$

$$l = \left(\frac{2R < W_J >}{B^2\omega^2}\right)^{1/4} \cong 1.3\text{m}$$

Soluzione problema 2

Punto 1): Dato che il condensatore è collegato ad un generatore esterno di tensione, il potenziale ai capi del condensatore è costante. Ne segue che la carica sul condensatore è data da $Q=C\cdot V$, con *C* capacità del condensatore. Fra l'istante iniziale e quello finale la capacità *C* cambia da C_0 a C_x:

$$C_0 = \frac{\varepsilon_0\varepsilon_r l^2}{d}$$

mentre quando il dielettrico è spostato di un tratto pari a *x*, la capacità C_x è il parallelo fra la parte di condensatore senza dielettrico (di larghezza pari a *x*) e la parte di condensatore col dielettrico (di larghezza pari a *l-x*):

$$C_x = \frac{\varepsilon_0\varepsilon_r l(l-x)}{d} + \frac{\varepsilon_0 lx}{d} = \frac{\varepsilon_0\varepsilon_r l^2 - \varepsilon_0 lx(\varepsilon_r - 1)}{d}$$

Quindi la carica iniziale Q_0 e finale Q_x sono date da:

$$Q_0 = C_0 V = \left[\frac{\varepsilon_0 \varepsilon_r l^2}{d}\right] \cdot V$$

$$Q_x = C_x V = \left[\frac{\varepsilon_0 \varepsilon_r l^2 - \varepsilon_0 l x(\varepsilon_r - 1)}{d}\right] \cdot V$$

e la variazione di carica ΔQ è data da:

$$\Delta Q = (C_x - C_0) \cdot V = -\frac{\varepsilon_0 l x(\varepsilon_r - 1)}{d} V$$

Punto 2): Dato che c'è una variazione di carica $\Delta Q<0$ fra l'istante finale e iniziale, una parte di carica passa dalla piastra positiva del condensatore a quella negativa, muovendosi contro la d.d.p. prodotta dal generatore di tensione. Come usuale il lavoro fatto dal generatore è dato da $W_G=\Delta Q \cdot V$:

$$W_G = \Delta Q \cdot V = -\frac{\varepsilon_0 l x(\varepsilon_r - 1)}{d} V^2$$

Il fatto che tale lavoro è negativo significa che il lavoro è fatto nei confronti del generatore di tensione e si accumula in esso un'energia pari a ΔU_G:

$$\Delta U_G = -W_G = \frac{\varepsilon_0 l x(\varepsilon_r - 1)}{d} V^2$$

Punto 3): Dato che la tensione ai capi del condensatore è costante e pari a V, per l'energia elettrostatica accumulata nel condensatore usiamo la formula $U_C=½CV^2$. Per l'istante iniziale e finale si hanno rispettivamente i seguenti valori U_{C0} e U_{Cx}:

$$U_{C0} = \frac{1}{2} C_0 V^2 = \frac{1}{2} \frac{\varepsilon_0 \varepsilon_r l^2}{d} \cdot V^2$$

$$U_{Cx} = \frac{1}{2} C_x V^2 = \frac{1}{2} \frac{\varepsilon_0 \varepsilon_r l^2 - \varepsilon_0 l x(\varepsilon_r - 1)}{d} \cdot V^2$$

Di conseguenza la variazione di energia elettrostatica ΔU_C è data da:

$$\Delta U_C = U_{Cx} - U_{C0} = \frac{1}{2} \frac{\varepsilon_0 \varepsilon_r l^2 - \varepsilon_0 l x(\varepsilon_r - 1)}{d} \cdot V^2 - \frac{1}{2} \frac{\varepsilon_0 \varepsilon_r l^2}{d} \cdot V^2 = -\frac{1}{2} \frac{\varepsilon_0 l x(\varepsilon_r - 1)}{d} \cdot V^2$$

Punto 4): La variazione totale di energia di tutto il sistema condensatore più generatore di tensione è data dalla somma $\Delta U_C+\Delta U_G$:

$$\Delta U_C + \Delta U_G = -\frac{1}{2} \frac{\varepsilon_0 l x(\varepsilon_r - 1)}{d} \cdot V^2 + \frac{\varepsilon_0 l x(\varepsilon_r - 1)}{d} \cdot V^2 = +\frac{1}{2} \frac{\varepsilon_0 l x(\varepsilon_r - 1)}{d} \cdot V^2$$

Dato che complessivamente l'energia del sistema aumenta (infatti l'ultimo risultato è positivo), lo spostamento del dielettrico verso l'esterno è energeticamente sfavorevole. Di conseguenza il dielettrico è attirato all'interno del condensatore.

Soluzione problema 3

Nel primo circuito si ha la serie della resistenza R_1 con il condensatore C_1. L'impedenza complessa totale sarà quindi la somma delle singole impedenze:

$$Z_1 = Z_{R1} + Z_{C1} = R_1 - \frac{j}{\omega C_1}$$

da cui segue che il modulo $Z_{1,0}$ di questa impedenza è:

$$Z_{1,0} = \sqrt{R_1^2 + \frac{1}{\omega^2 C_1^2}}$$

L'ampiezza della corrente circolante nel circuito sarà allora data dalla legge di Ohm generalizzata alle impedenze:

$$V_0^{in} = Z_{1,0} \cdot I_0 \rightarrow I_0 = \frac{V_0^{in}}{Z_{1,0}} = \frac{V_0^{in}}{\sqrt{R_1^2 + \frac{1}{\omega^2 C_1^2}}}$$

Da quest'ultima segue che l'ampiezza della tensione V^1 ai capi del condensatore C_1 è data da:

$$V_0^1 = I_0 \cdot Z_{C1,0} = \frac{V_0^{in}}{\sqrt{R_1^2 + \frac{1}{\omega^2 C_1^2}}} \cdot \frac{1}{\omega C_1} = \frac{V_0^{in}}{\sqrt{\omega^2 C_1^2 R_1^2 + 1}}$$

dove $Z_{C1,0}$ indica il modulo dell'impedenza complessa del condensatore C_1.

Nel secondo circuito, analogamente al primo, si ha la serie della resistenza R_2 con il condensatore C_2. L'impedenza complessa totale sarà quindi la somma delle singole impedenze:

$$Z_2 = Z_{R2} + Z_{C2} = R_2 - \frac{j}{\omega C_2}$$

da cui segue che il modulo $Z_{2,0}$ di questa impedenza è:

$$Z_{2,0} = \sqrt{R_2^2 + \frac{1}{\omega^2 C_2^2}}$$

L'ampiezza della corrente circolante nel circuito sarà allora data dalla legge di Ohm generalizzata alle impedenze:

$$I_0 = \frac{V_0^1}{Z_{2,0}} = \frac{V_0^1}{\sqrt{R_2^2 + \frac{1}{\omega^2 C_2^2}}}$$

Da quest'ultima segue che l'ampiezza della tensione V^{out} ai capi della resistenza R_2 è data da:

$$V_0^{out} = I_0 \cdot R_2 = \frac{V_0^1}{\sqrt{R_2^2 + \frac{1}{\omega^2 C_2^2}}} \cdot R_2 = \frac{V_0^1}{\sqrt{1 + \frac{1}{\omega^2 R_2^2 C_2^2}}}$$

Nel terzo circuito si ha la combinazione dei due circuiti precedenti. In particolare si vede che la tensione di ingresso V^{in} genererà ai capi del condensatore C_1 una tensione oscillante con ampiezza pari alla V_0^1 calcolata per il primo circuito. Dalla figura si vede che questa tensione ai capi di C_1 funge da ingresso per la seconda parte del circuito e che quindi la tensione di uscita V^{out} avrà ampiezza di oscillazione data dalla V_0^{out} calcolata per il secondo circuito. Quindi per la seconda parte di circuito si ha che:

$$V_0^{out} = \frac{V_0^1}{\sqrt{1 + \frac{1}{\omega^2 R_2^2 C_2^2}}}$$

dove V_0^1 è l'ampiezza della tensione ai capi di C_1 ed è data da:

$$V_0^1 = \frac{V_0^{in}}{\sqrt{\omega^2 C_1^2 R_1^2 + 1}}$$

Combinando le ultime due espressioni si ha allora che per il terzo circuito vale la seguente espressione:

$$V_0^{out} = \frac{V_0^1}{\sqrt{1 + \frac{1}{\omega^2 R_2^2 C_2^2}}} = \frac{V_0^{in}}{\left(\sqrt{\omega^2 C_1^2 R_1^2 + 1}\right) \cdot \left(\sqrt{1 + \frac{1}{\omega^2 R_2^2 C_2^2}}\right)}$$

da cui segue che il rapporto fra le ampiezze delle tensioni di uscita e di ingresso è il seguente:

$$\frac{V_0^{out}}{V_0^{in}} = \frac{1}{\left(\sqrt{\omega^2 C_1^2 R_1^2 + 1}\right) \cdot \left(\sqrt{1 + \frac{1}{\omega^2 R_2^2 C_2^2}}\right)}$$

Il terzo circuito analizzato costituisce un filtro passa banda in cui la massima ampiezza trasmessa si ha per $\omega = 1/(R_1 C_1 R_2 C_2)^{1/2}$