Risultati esame scritto Fisica 1 - 13/09/2012
orali: 20-09-2012 alle ore 15:00 presso aula O

(gli studenti interessati a visionare lo scritto sono pregati di presentarsi il giorno dell'orale)

Nuovo Ordinamento

		voto	
AIELLO	ANTONELLA	12	
AMATO	MATTIA	14	
BARILLARI	DAVIDE	15	
BIANCHI	FRANCESCO	nc	
CORSO	MARIANGELA	15	
COSTANTINO	LUCA	15	
CURCIO	VITTORIO	20	ammesso
DRAGONE	DONATELLA	17	ammesso
GAUDIO	SILVIA	15	
GRAMUGLIA	RICCARDO	18	ammesso
IACONANTONIO	CRISTINA	15	
IUELE	ERNESTO	24	ammesso
LORUSSO	ANTONIO	21	ammesso
MAMONE	GIUSEPPE	22	ammesso
MANNARINO	DANIELE	15	
MARINO	FRANCESCA	nc	
MASCARO	ROCCO LEONARDO	11	
MASTROIANNI	ALESSANDRO	18	ammesso
MINIACI	FRANCESCO	10	
MUSCI	CATERINA	22	ammesso
NERI	TERESA	15	
NOCITA	FEDERICA	13	
OLIVERIO	MARTA	15	
PALLONE	FRANCESCO	11	
PANELLA	DAVIDE	14	
PEDE	STEFANO	22	ammesso
PERRI	LICIA	11	
PLUTINO	CLAUDIA	14	
PUGLIESE	FILOMENA	15	
ROMAGNINO	ALESSIA	nc	
RUSSO	ERICA	15	
SERGI	CARLA	15	
STELLA	EMANUELA	11	
STRANGES	PIETRO	11	
VALLELUNGA	ROSARINA	15	
VILLELLA	LUCA	12	

Vecchio Ordinamento

		voto	
PUPO	FEDERICA	18	ammesso

Esame di Fisica 1

Corso Interateneo di Ing. Informatica e Biomedica – 13/09/2012

Problema 1

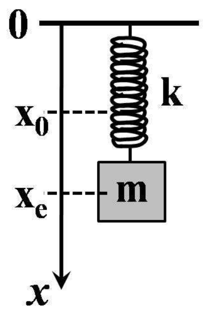
Si consideri una mole di gas ideale monoatomico contenuto in un recipiente di volume V_1 alla temperatura T_1=300K e a pressione $p_1=1\cdot10^5$Pa. Da questo stato il gas compie un ciclo fatto di trasformazioni reversibili: la prima è un'espansione isoterma che arriva ad un volume $V_2=3\cdot V_1$; la seconda è una trasformazione isocora che porta la pressione ad un valore $p_3=p_2/2$; la terza è una trasformazione generica che obbedisce alla legge $p\cdot V^k$ = cost. e che riporta il gas nello stato iniziale. Si disegni qualitativamente il ciclo nel piano pV e determinare i valori di V_1, p_2, T_3 e della costante k della trasformazione generica.

[La costante dei gas perfetti è R=8.31J/K·mol]

Problema 2

Sia data una molla di massa trascurabile appesa al soffitto per un'estremità e con agganciata all'altra estremità una massa m=2kg, lungo la direzione verticale (vedi figura). Sapendo che sulla massa m agiscono solo la forza peso e la forza elastica della molla, determinare la posizione di equilibrio x_e di m sapendo che la costante elastica della molla è k=100N/m e la sua lunghezza a riposo è x_0=0.5m (si assuma la direzione verticale verso il basso come asse positivo per le x e lo zero coincidente con il soffitto).

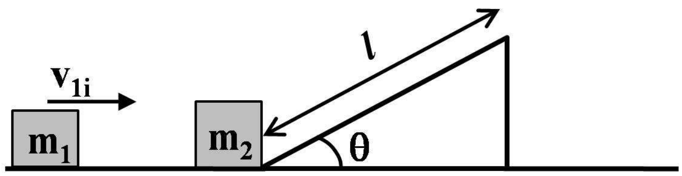
Il sistema è in quiete nella posizione x_e quando viene agganciata una seconda massa m all'estremità inferiore della molla, portando così il carico della molla a $2m$. Il sistema inizia ad oscillare intorno ad una nuova posizione di equilibrio. Determinare la nuova posizione di equilibrio e la frequenza di oscillazione del sistema giustificando matematicamente i risultati ottenuti.



Problema 3

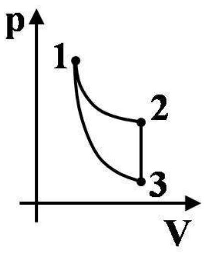
Sia dato un corpo di massa m_1=2kg che viaggia su un piano orizzontale con velocità iniziale v_{1i}=10m/s. Il corpo m_1 urta un corpo di massa m_2=3kg inizialmente in quiete e che si trova all'inizio di un piano inclinato di lunghezza l=2m e angolo alla base θ=30° (vedi figura).

A causa dell'urto il corpo m_2 inizia la salita lungo il piano inclinato. In assenza di qualsiasi forma di attrito, calcolare a che distanza dalla fine del piano inclinato cade il corpo m_2 nel caso di un urto perfettamente elastico. Si consideri inoltre il caso di un urto perfettamente anelastico.



Soluzione problema 1

In figura è mostrato un grafico qualitativo del ciclo nel piano pV.



Dall'equazione di stato dei gas perfetti si ricava il valore del volume V_1:

$$p_1V_1 = nRT_1 \rightarrow V_1 = \frac{nRT_1}{p_1} \approx 2.5\cdot 10^{-2}\,\mathrm{m}^3$$

Per determinare p_2 sfruttiamo il fatto che lungo una trasformazione isoterma $p\cdot V$=cost. e che il volume finale è $V_2=3\cdot V_1$:

$$p_1V_1 = p_2V_2 \rightarrow p_2 = \frac{p_1V_1}{V_2} = \frac{p_1V_1}{3V_1} = \frac{p_1}{3} \approx 0.33\cdot 10^5\,\mathrm{Pa}$$

Per lo stato 3 possiamo ricavare la temperatura T_3 di nuovo dall'equazione di stato dei gas perfetti, sapendo che $p_3=p_2/2$ e $V_3=V_2=3\cdot V_1$:

$$p_3V_3 = nRT_3 \rightarrow T_3 = \frac{p_3V_3}{nR} = \frac{(p_2/2)(3V_1)}{nR} \approx 149\mathrm{K}$$

Per la costante k della terza trasformazione sfruttiamo il fatto che $p\cdot V^k$ = cost., da cui segue che:

$$p_3V_3^k = p_1V_1^k$$

$$(p_3/p_1) = (V_1/V_3)^k$$

$$\ln(p_3/p_1) = k\cdot\ln(V_1/V_3)$$

$$k = \frac{\ln(p_3/p_1)}{\ln(V_1/V_3)} = \frac{\ln(p_3/p_1)}{\ln(V_1/V_3)} = \frac{\ln(1/6)}{\ln(1/3)} \approx 1.6$$

Soluzione problema 2

Quando la massa m è in quiete nella posizione di equilibrio, la molla è allungata rispetto alla sua lunghezza a riposo e si bilanciano fra loro forza peso diretta verso il basso, mg, e forza elastica diretta verso l'alto, $-k(x_e-x_0)$:

$$mg - k(x_e - x_0) = 0$$

$$x_e = x_0 + \frac{mg}{k} \approx 0.7\mathrm{m}$$

Quando viene aggiunta una seconda massa m al carico della molla, la nuova posizione di equilibrio x_e' sarà data da un'espressione analoga alla precedente, dove però avremo $2m$ al posto di m:

$$2mg - k(x'_e - x_0) = 0 \qquad \text{(eq.1)}$$

$$x'_e = x_0 + \frac{2mg}{k} \approx 0.9\mathrm{m}$$

Per determinare la frequenza di oscillazione, applichiamo il II principio della dinamica alla massa $2m$ quando essa si trova in una posizione x generica (cioè fuori dalla nuova posizione di equilibrio). In questo caso il II principio della dinamica si scrive come:

$$2ma = 2mg - k(x - x_0)$$

dove a è l'accelerazione della massa $2m$, diversa da zero perché siamo fuori dalla posizione di equilibrio. La posizione generica x possiamo scriverla in funzione della sua distanza Δx dalla posizione di equilibrio x_e', ovvero $x=\Delta x+ x_e'$:

$$2ma = 2mg - k(\Delta x + x'_e - x_0)$$

$$2ma = -k\Delta x + \left[2mg - k(x'_e - x_0)\right]$$

Nell'ultima espressione scritta si può vedere che il termine fra parentesi quadre coincide con la definizione del nuovo punto di equilibrio (eq. 1) ed è pertanto pari a zero. Scrivendo l'accelerazione *a* come la derivata seconda della posizione si ottiene allora che:

$$2m\frac{d^2x}{dt^2}=-k\left(x-x'_e\right)$$

$$\frac{d^2\left(x-x'_e\right)}{dt^2}+\frac{k}{2m}\left(x-x'_e\right)=0$$

L'ultima espressione rappresenta l'equazione differenziale di un moto armonico con pulsazione $\omega=(k/2m)^{1/2}$ e che descrive l'oscillazione della massa $2m$ intorno alla nuova posizione di equilibrio x_e'. Dalla pulsazione ω ricaviamo la frequenza f di oscillazione:

$$f=\frac{\omega}{2\pi}=\frac{1}{2\pi}\sqrt{\frac{k}{2m}}\approx 0.79\text{Hz}$$

Soluzione problema 3

Nel caso di urto perfettamente elastico si conservano sia la quantità di moto che l'energia cinetica delle due masse, per cui abbiamo il seguente sistema di equazioni:

$$\begin{cases} m_1v_{1i}+m_2v_{2i}=m_1v_{1f}+m_2v_{2f} \\ v_{1i}+v_{1f}=v_{2i}+v_{2f} \end{cases}$$

$$\begin{cases} m_1v_{1i}+0=m_1v_{1f}+m_2v_{2f} \\ v_{1i}+v_{1f}=0+v_{2f} \end{cases}$$

$$\begin{cases} m_1v_{1i}=m_1v_{1f}+m_2v_{2f} \\ v_{1f}=v_{2f}-v_{1i} \end{cases}$$

$$\begin{cases} m_1v_{1i}=m_1\left(v_{2f}-v_{1i}\right)+m_2v_{2f} \\ v_{1f}=v_{2f}-v_{1i} \end{cases}$$

$$\begin{cases} v_{2f}=\dfrac{2m_1v_{1i}}{m_1+m_2}=8\text{m/s} \\ v_{1f}=v_{2f}-v_{1i}=-2\text{m/s} \end{cases}$$

Quindi la massa m_2 inizia la salita lungo il piano inclinato con velocità iniziale pari a v_{2f}=8m/s. Il moto sul piano inclinato è un moto uniformemente accelerato, perché sulla massa m_2 agiscono la forza peso e la reazione vincolare del piano inclinato. Reazione vincolare del piano inclinato e componente della forza peso normale al piano inclinato sono uguali e contrarie e si annullano. Rimane pertanto solo la componente della forza peso parallela al piano inclinato, che si oppone al moto della massa m_2. Il modulo di tale componente è $m_2\cdot g\sin(\theta)$, da cui segue che l'accelerazione lungo il piano inclinato è $a=-g\sin(\theta)$ (che si oppone al moto, si tratta cioè di una decelerazione). Dalle leggi per un moto uniformemente accelerato segue che la velocità $v_{2,0}$ che la massa m_2 possiede alla fine del piano inclinato è data dalla seguente espressione:

$$v_{2,0}^2=v_{2f}^2+2al$$

$$v_{2,0}^2=v_{2f}^2-2gl\sin(\theta)$$

$$v_{2,0}\approx 6.7\text{m/s}$$

Dalla fine del piano inclinato inizia un moto parabolico per la massa m_2, con velocità iniziale pari a $v_{2,0}$≈6.7m/s e altezza iniziale $y_0=l \cdot \sin(\theta)$=1m. Scrivendo le equazioni orarie per il moto parabolico si ottiene il seguente sistema:

$$\begin{cases} x = v_{2,0}\cos(\theta)\cdot t \\ y = l\cdot\sin(\theta) + v_{2,0}\sin(\theta)\cdot t - \frac{1}{2}gt^2 \end{cases}$$

$$\begin{cases} t = \dfrac{x}{v_{2,0}\cos(\theta)} \\ y = l\cdot\sin(\theta) + v_{2,0}\sin(\theta)\cdot\dfrac{x}{v_{2,0}\cos(\theta)} - \dfrac{1}{2}g\left(\dfrac{x}{v_{2,0}\cos(\theta)}\right)^2 \end{cases}$$

$$\begin{cases} t = \dfrac{x}{v_{2,0}\cos(\theta)} \\ y = l\cdot\sin(\theta) + x\cdot\tan(\theta) - x^2\cdot\dfrac{1}{2}\dfrac{g}{v_{2,0}^2\cos^2(\theta)} \end{cases}$$

$$\begin{cases} t = \dfrac{x}{v_{2,0}\cos(\theta)} \\ y = 1 + x\cdot 0.58 - x^2\cdot 0.15 \end{cases}$$

Imponendo nell'ultima equazione y=0, si ottiene il valore di x cercato, cioè a quale distanza dal piano inclinato cade il corpo di massa m_2:

$$0 = 1 + x\cdot 0.58 - x^2\cdot 0.15$$

$$x_1 \approx 5.17\text{m}; \quad x_2 \approx -1.3\text{m}$$

Delle due soluzioni trovate, l'unica che ha significato fisico è x_1=5.17m.

Se si considera un urto perfettamente anelastico, si conserva solo la quantità di moto; per cui la velocità finale v_f (subito dopo l'urto) della massa totale $M_{TOT}=(m_1+m_2)$ è data dalla seguente espressione:

$$m_1 v_{1i} = (m_1 + m_2)v_f$$

$$v_f = \frac{m_1 v_{1i}}{M_{TOT}} = 4\text{m/s}$$

Dopo l'urto la massa totale M_{TOT} inizia la salita lungo il piano inclinato, con accelerazione $a=-g\sin(\theta)$ e dalle leggi del moto uniformemente accelerato si ottiene per la velocità v_0 alla fine del piano inclinato:

$$v_0^2 = v_f^2 - 2gl\sin(\theta)$$

$$v_0^2 = 16 - 19.62 = -3.62\text{m}^2/\text{s}^2$$

L'ultima equazione non ha soluzioni reali, il che significa che la massa totale M_{TOT} non riesce ad arrivare alla sommità del piano inclinato e non viene quindi lanciato oltre di esso.