Risultati esame scritto Fisica 1 - 01/10/2012
orali: 11-10-2012 alle ore 14:30 presso aula O

(gli studenti interessati a visionare lo scritto sono pregati di presentarsi il giorno dell'orale)

Nuovo Ordinamento

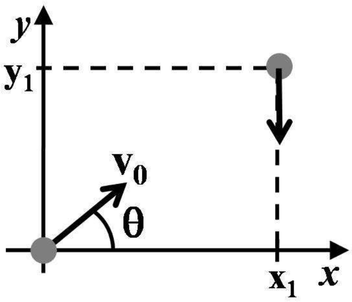
		voto	
AIELLO	ANTONELLA	nc	
AMATO	MATTIA	11	
CARISTO	ROSA	nc	
CASELLA	ALESSANDRO	nc	
CORTESE	FILOMENA	nc	
COSTANTINO	LUCA	nc	
FILIPPA	PIERPAOLO	17	ammesso
GAUDIO	SILVIA	nc	
GIANCOTTI	IDA	nc	
IACONANTONIO	CRISTINA	nc	
MADIA	MARCO	10	
MANNARINO	DANIELE	17	ammesso
MARINO	FRANCESCA	nc	
MINIACI	FRANCESCO	nc	
NERI	TERESA	19	ammesso
NICOLETTA	CARMINE	nc	
NOCITA	FEDERICA	nc	
OLIVERIO	MARTA	nc	
PALLONE	FRANCESCO	nc	
PANELLA	DAVIDE	nc	
PERRI	LICIA	nc	
PLUTINO	CLAUDIA	nc	
PROCOPIO	EMANUELE	19	ammesso
PUCCIO	LORENZA	nc	
PUGLIESE	FILOMENA	nc	
RUSSO	ERICA	nc	
SERGI	CARLA	nc	
VALLELUNGA	ROSARINA	nc	
VISCOMI	MARIO	nc	

Esame di Fisica 1

Corso Interateneo di Ing. Informatica e Biomedica – 01/10/2012

Problema 1

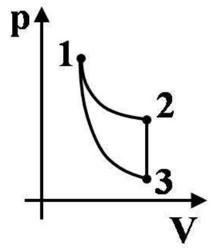
Siano dati due corpi materiali puntiformi di cui uno, il corpo 1, si trova nell'origine degli assi, mentre l'altro, il corpo 2, si trova inizialmente in quiete nella posizione di coordinate (x_1,y_1) (vedi figura). All'istante t=0 il corpo 1 viene sparato con velocità iniziale v_0 e con un angolo θ rispetto all'asse orizzontale. Nello stesso istante il corpo 2 viene lasciato cadere verticalmente verso il basso, partendo dallo stato di quiete. Assumendo che l'unica forza agente sui due corpi sia la forza di gravità con accelerazione g diretta verso il basso, si determini per quale angolo θ il corpo 1 colpisce il corpo 2 (si esprima il risultato in funzione di x_1 e y_1).



Problema 2

Si consideri una mole di gas ideale monoatomico contenuto in un recipiente di volume V_1=2.5·10^{-2}m^3 e a pressione p_1=1·10^{5}Pa. Da questo stato il gas compie un ciclo fatto di trasformazioni reversibili: la prima è un'espansione isoterma che arriva ad un volume V_2=3·V_1; la seconda è una trasformazione isocora che porta la pressione ad un valore p_3=p_2/2; la terza è una trasformazione adiabatica che riporta il gas nello stato iniziale. Si calcoli il rendimento del ciclo appena descritto.

[La costante dei gas perfetti è R=8.31J/K·mol]



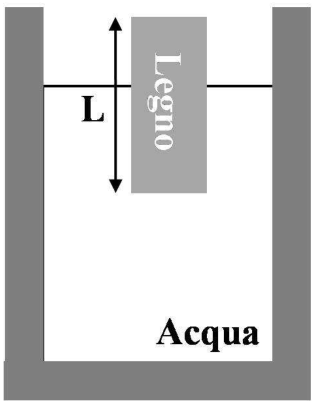
Problema 3

Un parallelepipedo di legno di sezione S=0.01m^2 e lunghezza L=0.30m galleggia in un recipente con acqua (densità ρ_{H2O}=1000kg/m^3). Una delle due basi del parallelepipedo è rinforzato con una lamina di piombo, in modo che il parallelepipedo galleggi verticalmente con il lato L perpendicolare alla superficie dell'acqua (vedi figura). La densità globale del legno più la lamina di piombo è ρ=800kg/m^3. Si determini all'equilibrio qual è la lunghezza L'del lato del parallelepipedo immersa nell'acqua.

Se si muove leggermente verso l'alto il parallelepipedo (senza ruotarlo) e poi lo si rilascia, si ha un moto armonico lungo l'asse verticale (trascurando qualsiasi forma di attrito e viscosità). Si calcoli la frequenza di oscillazione di tale moto armonico.

Successivamente il parallelepipedo viene completamente immerso e portato molto al di sotto del livello dell'acqua. Quindi viene rilasciato e inizia a risalire verso la superficie dell'acqua: si calcoli la velocità limite raggiunta dal parallelepipedo in acqua, supponendo che sia presente una forza viscosa F_V=-b·v dove v è la velocità istantanea del parallelepipedo e b=1.0kg/s.

Se il parallelepipedo fuoriesce completamente dall'acqua con la velocità limite appena calcolata, qual è l'altezza massima da esso raggiunta (trascurando qualsiasi effetto dell'aria sul parallelepipedo)?



Soluzione problema 1

Scriviamo le equazioni orarie per il corpo 1 e il corpo 2 tenendo conto di quali sono le posizioni di partenza e del fatto che l'unica accelerazione che agisce sui due corpi è quella di gravità, pari a *g*. Per il corpo 1 che parte dall'origine degli assi si ha:

$$\begin{cases} x(t) = v_{0x} t = v_0 \cos(\theta) \cdot t \\ y(t) = v_{0y} t - \frac{1}{2} g t^2 = v_0 \sin(\theta) \cdot t - \frac{1}{2} g t^2 \end{cases}$$

Per il corpo 2 che parte dallo stato di quiete dalla posizione (x_1,y_1) e cade verticalmente, si hanno invece le seguenti equazioni:

$$\begin{cases} x(t) = x_1 \\ y(t) = y_1 - \frac{1}{2} g t^2 \end{cases}$$

Affinché il corpo 1 colpisca il corpo 2 è necessario che i due corpi si trovino nella stessa posizione ad un certo istante *t*. Imponiamo allora che le coordinate (x,y) del corpo 1 siano uguali a quelle del corpo 2:

$$\begin{cases} v_0 \cos(\theta) \cdot t = x_1 \\ v_0 \sin(\theta) \cdot t - \frac{1}{2} g t^2 = y_1 - \frac{1}{2} g t^2 \end{cases}$$

$$\begin{cases} v_0 \cos(\theta) \cdot t = x_1 \\ v_0 \sin(\theta) \cdot t = y_1 \end{cases}$$

Facendo il rapporto membro a membro fra la seconda equazione e la prima, si elimina il tempo *t* e si ottiene il risultato cercato:

$$\frac{v_0 \sin(\theta) \cdot t}{v_0 \cos(\theta) \cdot t} = \frac{y_1}{x_1}$$

$$\tan(\theta) = \frac{y_1}{x_1}$$

Soluzione problema 2

Dall'equazione di stato dei gas perfetti ci ricaviamo il valore della temperatura T_1:

$$p_1 V_1 = nRT_1 \rightarrow T_1 = \frac{p_1 V_1}{nR} \approx 300\text{K}$$

Per quanto riguarda lo stato 2, abbiamo che T_2=T_1=300K perché la trasformazione dallo stato 1 allo stato 2 è una isoterma; inoltre sappiamo dal problema che $V_2=3 \cdot V_1=7.5 \cdot 10^{-2}\text{m}^3$; per determinare la pressione p_2 applichiamo di nuovo l'equazione di stato dei gas perfetti:

$$p_2 V_2 = nRT_2 \rightarrow p_2 = \frac{nRT_2}{V_2} = \frac{nRT_1}{3V_1} = \frac{p_1}{3} = \frac{1}{3} \cdot 10^5\,\text{Pa}$$

Per lo stato 3 abbiamo che $V_3=V_2=7.5 \cdot 10^{-2}\text{m}^3$ perché la trasformazione dallo stato 2 allo stato 3 è isocora; dal problema sappiamo che $p_3=p_2/2=(1/6) \cdot 10^5$Pa; per deterimanre la temperatura T_3 applichiamo l'equazione di stato dei gas perfetti:

$$p_3 V_3 = nRT_3 \rightarrow T_3 = \frac{p_3 V_3}{nR} = \frac{(p_2/2) \cdot V_2}{nR} = \frac{1}{2} \frac{p_2 V_2}{nR} = \frac{1}{2} T_2 = 150\text{K}$$

Per calcolare il rendimento η del ciclo utilizziamo la seguente formula:

$$\eta = 1 - \frac{Q_{ced}}{Q_{ass}}$$

dove Q_{ced} è il calore ceduto all'esterno e Q_{ass} è invece il calore assorbito. Durante l'espansione isoterma viene assorbito calore dall'esterno per la dilatazione del gas, mentre nella trasformazione isocora c'è una diminuzione di temperatura, da T_2 a T_3, e calore viene ceduto all'esterno (si tenga anche presente che in una trasformazione isocora non viene compiuto lavoro dato che il volume rimane costante).

Per la trasformazione isoterma la variazione di energia interna $\Delta U=0$ e il primo principio della termodinamica si scrive come segue:

$$\Delta U = \Delta Q - \Delta L = 0$$

$$\Delta Q = \Delta L$$

dove ΔQ è il calore scambiato con l'esterno e ΔL il lavoro fatto verso l'esterno. Il calore assorbito durante la trasformazione isoterma è quindi pari al lavoro fatto dal gas durante l'espansione:

$$\Delta Q = \Delta L = \int p dV$$

$$\Delta Q = \int nRT_1 \frac{dV}{V}$$

$$\Delta Q = nRT_1 \int \frac{dV}{V} = nRT_1 \ln(V_2 / V_1)$$

$$Q_{ass} = nRT_1 \ln(V_2 / V_1)$$

dove nRT va fuori dall'intergrazione perché costante durante la trasformazione isoterma.

Per la trasformazione isocora abbiamo che $dV=0$ e quindi il lavoro $dL=pdV$ è nullo durante la trasformazione. Di conseguenza il primo principio della termodinamica si scrive come segue:

$$\Delta U = \Delta Q - \Delta L$$

$$\Delta U = \Delta Q$$

per cui il calore ceduto durante la trasformazione è pari alla variazione di energia interna ΔU. L'energia interna di un gas perfetto è funzione solo della temperatura T, e per un gas monoatomico valgono le seguenti espressioni:

$$\Delta Q = \Delta U = C_V \Delta T$$

$$\Delta Q = C_V \left(T_3 - T_2\right)$$

$$\Delta Q = \frac{3}{2} nR\left(T_3 - T_2\right)$$

L'ultimo risultato è negativo ($T_3 < T_2$) e questo ci conferma che si tratta di calore ceduto all'esterno. Dato che nella formula scritta per il rendimento η il modulo del calore ceduto, abbiamo la seguente espressione per Q_{ced}:

$$Q_{ced} = \frac{3}{2} nR\left|T_3 - T_2\right|$$

Sostituendo le espressioni trovate per Q_{ced} e Q_{ass} nell'espressione del rendimento η si ottiene il risultato cercato:

$$\eta = 1 - \frac{(3/2) \cdot nR \cdot \left|T_3 - T_2\right|}{nRT_1 \ln(V_2 / V_1)}$$

$$\eta = 1 - \frac{(3/2) \cdot \left|T_3 - T_2\right|}{T_1 \ln(3)} \approx 0.32$$

Soluzione problema 3

All'equilibrio risultano bilanciate forza peso, F_P, e spinta di Archimede, S_A, che agiscono sul parallelepipedo. Prendendo come asse positivo lungo la direzione verticale quello diretto verso l'alto, la forza peso sarà negativa mentre la spinta si Archimede sarà positiva; in formule abbiamo le seguenti espressioni:

$$F_P = -mg = -\rho SLg$$

$$S_A = \rho_{H2O} SL' g$$

All'equilibrio si avrà la seguente condizione:

$$F_P + S_A = 0$$

$$-\rho SLg + \rho_{H2O} SL' g = 0 \qquad \text{(eq.1)}$$

$$L' = \frac{\rho}{\rho_{H2O}} L = 0.24\text{m}$$

Se si spinge verso l'alto il parallelepipedo, esso viene portato fuori dalla sua posizione di equilibrio. Forza peso e spinta di Archimede non saranno più bilanciate e si avrà un'accelerazione risultante a. Indicando con Δy lo spostamento verso l'alto, la parte immersa del parallelepipedo ha lunghezza pari a (L'-Δy) e quindi il II principio della dinamica si scrive come segue:

$$ma = F_P + S_A$$

$$ma = -\rho SLg + \rho_{H2O} S(L' - \Delta y)g$$

$$m\frac{d^2(\Delta y)}{dt^2} = -\rho SLg + \rho_{H2O} SL' g - \rho_{H2O} S\Delta y g$$

$$m\frac{d^2(\Delta y)}{dt^2} = -\rho_{H2O} S\Delta y g$$

dove nell'ultimo passaggio si è fatto uso del fatto che $-\rho SLg+\rho_{H2O}SL'g=0$ (vedi eq. 1). L'ultima espressione rappresenta l'equazione differenziale di un moto armonico:

$$m\frac{d^2(\Delta y)}{dt^2} + \rho_{H2O} Sg\Delta y = 0$$

$$\frac{d^2(\Delta y)}{dt^2} + \frac{\rho_{H2O} Sg}{m}\Delta y = 0$$

$$\frac{d^2(\Delta y)}{dt^2} + \frac{\rho_{H2O} Sg}{\rho SL}\Delta y = 0$$

$$\frac{d^2(\Delta y)}{dt^2} + \frac{\rho_{H2O} g}{\rho L}\Delta y = 0$$

la cui pulsazione $\omega=(\rho_{H2O}g/\rho L)^{1/2}$. Dalla pulsazione ω si ricava infine la frequenza di oscillazione:

$$\omega = \sqrt{\frac{\rho_{H2O} g}{\rho L}}$$

$$f = \frac{\omega}{2\pi} = \frac{1}{2\pi}\sqrt{\frac{\rho_{H2O} g}{\rho L}} \approx 1.0\text{s}$$

Una volta che il parallelepipedo viene completamente immerso e rilasciato, esso inizia a risalire verso la superficie. Durante questo moto le forze che agiscono sono la forza peso (verso il basso), la spinta di Archimede (verso l'alto) e la forza viscosa F_V che si oppone al moto (quindi diretta verso il basso). Il II principio della dinamica diventa allora:

$$ma = F_P + S_A + F_V$$

$$ma = -\rho SLg + \rho_{H2O} SLg - bv$$

$$ma = \left(-\rho + \rho_{H2O}\right) SLg - bv$$

La velocità limite viene raggiunta a regime, ovvero quando tutte le forze si bilanciano fra di loro e l'accelerazione è nulla. Imponendo a=0 si ottiene il valore di tale velocità:

$$\left(-\rho + \rho_{H2O}\right) SLg - bv = 0$$

$$bv = \left(-\rho + \rho_{H2O}\right) SLg$$

$$v = \frac{\left(\rho_{H2O} - \rho\right)}{b} SLg \approx 5.9\text{m/s}$$

Per calcolare l'altezza massima raggiunta dal parallelepipedo quando esso fuoriesce dall'acqua con la velocità appena calcolata, applichiamo la conservazione dell'energia. Appena uscito dall'acqua il parallelepipedo possiedo solo energia cinetica $K=(1/2)mv^2$; non appena raggiunge l'altezza massima esso avrà velocità pari a zero (quindi K=0) e energia potenziale massima, $U=mgh$ (dove h è l'altezza massima raggiunta):

$$\frac{1}{2} mv^2 = mgh$$

$$h = \frac{v^2}{2g} \approx 1.8\text{m}$$