Risultati esame scritto Fisica 2 - 15/02/2013

orali: 22-02-2013 alle ore 11.00 presso aula L

gli studenti interessati a visionare lo scritto sono pregati di presentarsi il giorno dell'orale;

Nuovo ordinamento

	voto	
ARCIERI	nc	
BOTTINO	13	
BUMBACA	17	ammesso
CARCHEDI	nc	
CARIDI	21	ammesso
CATRAMBONE	nc	
CELIA MAGNO	nc	
CURCIO	nc	
FILIPPA	25	ammesso
GAMMO	nc	
GRILLO M.C.	20	ammesso
GRILLO V.	20	ammesso
GUERRISE	nc	
IUELE	12	
LUMARE	nc	
MAMONE	nc	
MANNARINO	nc	
MAURO	22	ammesso
MUSCI	nc	
PEDE	nc	
PIPICELLI	nc	
SERGIO	nc	
STRUMBO	26	ammesso

Vecchio ordinamento

CICCONE	10	
PUPO	24	ammesso

Per gli studenti del N.O.: possono sostenere l'esame di Fisica 2 solo gli studenti che hanno superato l'esame di Fisica 1

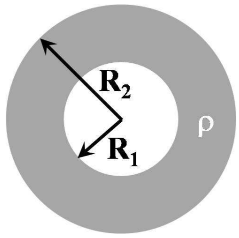
Esame di Fisica 2

Corso Interateneo di Ing. Informatica e Biomedica – 15/02/2013

Problema 1

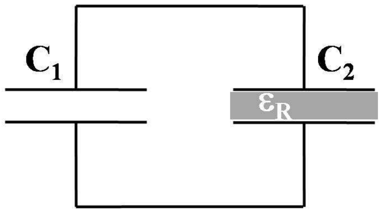
Sia dato un guscio sferico carico positivamente con densità di carica di volume pari a $+\rho$ e distribuita uniformemente nel guscio sferico. Il raggio interno ed esterno del guscio sferico sono pari rispettivamente a R_1 e R_2. Si calcoli il vettore campo elettrico (modulo, direzione e verso) in tutto lo spazio, supponendo che il centro del guscio sferico coincida con l'origine del sistema di riferimento.

[Si esprimano i risultati in funzione di ρ, R_1, R_2 e della distanza r dall'origine]



Problema 2

Due condensatori di capacità C_1=1μF e C_2=2μF a facce piane e parallele sono inizialmente nel vuoto e sono collegati in parallelo. Su di essi è distribuita una carica totale $Q_{TOT}=Q_1+Q_2$=2μC. Successivamente viene inserito all'interno del secondo condensatore un materiale dielettrico di costante dielettrica relativa ε_R=3, in modo da riempire completamente il condensatore, e mantenendo isolato il sistema durante tale operazione. Si calcolino le cariche finali Q_1' e Q_2' presenti rispettivamente sui condensatori, e si determini la variazione di energia elettrostatica ΔU del sistema.

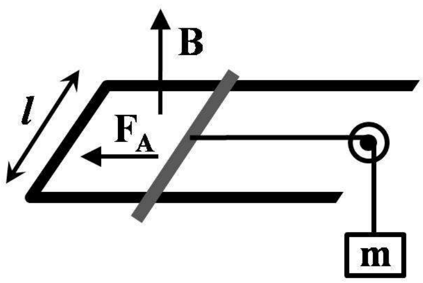


Problema 3

Sia dato un circuito come quello in figura disposto nel piano orizzontale e costituito da due binari conduttori paralleli, chiusi a sinistra da una barra conduttrice rigida e fissa, e a destra da una barra mobile in grado di scorrere sui binari, ma con attrito $F_A=\mu N$ (dove N è una reazione vincolare) che si oppone al moto. La distanza fra i due binari è pari a l e la resistenza elettrica totale del circuito è pari a R. Il circuito è immerso in un campo magnetico uniforme e costante nel tempo, di modulo B, perpendicolare al circuito stesso e diretto verso l'alto. La barra mobile del circuito è collegata mediante una carrucola ad un corpo di massa m, soggetto all'accelerazione di gravità nel piano verticale.

Supponendo che la barra mobile abbia massa trascurabile rispetto a m, si determini la velocità limite di m nella sua caduta. Si determini inoltre la potenza dissipata a regime dalla forza di attrito e per effetto Joule, e si verifichi che la potenza totale dissipata è pari alla potenza meccanica fornita dalla caduta della massa m.

[Per definizione, la velocità limite è la velocità posseduta da un oggetto in moto quando la sua accelerazione è pari a zero. Si esprimano i risultati in funzione dei parametri del problema: m, μN, l, R, B e dell'accelerazione di gravità g].



Soluzione problema 1

Data la simmetria sferica del problema, il campo elettrico è in tutto lo spazio diretto lungo la direzione radiale (cioè come raggi uscenti dal centro del guscio sferico). Per quanto riguarda il verso, dato che la carica del guscio sferico è positiva, il verso sarà uscente dal centro. Inoltre, sempre per la simmetria sferica del problema, possiamo applicare il teorema di Gauss considerando come superfici gaussiane delle sfere concentriche col guscio sferico. Poiché il campo elettrico è in direzione radiale, esso sarà ovunque perpendicolare a tali superfici gaussiane. Di conseguenza il flusso del campo elettrico $\Phi(E)$ attraverso le superfici gaussiane sarà semplicemente il prodotto del campo elettrico E per l'area S della superficie gaussiana:

$$\Phi(E) = E \cdot S = E \cdot 4\pi r^2$$

dove r è il raggio della sfera gaussiana considerata.

Dividiamo lo spazio in tre regioni: $r>R_2$, $r<R_1$, $R_1< r<R_2$, e indichiamo con Q_{TOT} la carica totale racchiusa dalla sfera gaussiana. Nel primo caso la sfera gaussiana racchiude tutto il guscio sferico e quindi tutta la carica presente nel sistema. Per il teorema di Gauss abbiamo allora che:

$$\Phi(E) = \frac{Q_{TOT}}{\varepsilon_0}$$

$$E \cdot 4\pi r^2 = \frac{1}{\varepsilon_0} \rho \cdot \frac{4\pi}{3}\left(R_2^3 - R_1^3\right)$$

$$E(r) = \frac{\rho\left(R_2^3 - R_1^3\right)}{3\varepsilon_0 r^2}$$

L'ultima espressione rappresenta il modulo del campo elettrico E per $r>R_2$.

Consideriamo ora il secondo caso, $r<R_1$:

$$\Phi(E) = \frac{Q_{TOT}}{\varepsilon_0}$$

$$E \cdot 4\pi r^2 = 0$$

$$E(r) = 0$$

dove si è tenuto conto del fatto che per $r<R_1$ le sfere gaussiane racchiudono una carica totale Q_{TOT} pari a zero.

Nell'ultimo caso, $R_1< r<R_2$, la carica totale racchiusa da una sfera gaussiana è solo una parte della carica del guscio sferico:

$$\Phi(E) = \frac{Q_{TOT}}{\varepsilon_0}$$

$$E \cdot 4\pi r^2 = \frac{1}{\varepsilon_0} \rho \cdot \frac{4\pi}{3}\left(r^3 - R_1^3\right)$$

$$E(r) = \frac{\rho\left(r^3 - R_1^3\right)}{3\varepsilon_0 r^2} = \frac{\rho r}{3\varepsilon_0} - \frac{\rho R_1^3}{3\varepsilon_0 r^2}$$

Soluzione problema 2

Dalla legge dei condensatori $Q=C\cdot\Delta V$ si ricavano le seguenti espressioni per i due condensatori:

$$\Delta V_1 = \frac{Q_1}{C_1}, \quad \Delta V_2 = \frac{Q_2}{C_2}$$

Poiché i due condensatori sono collegati in parallelo, $\Delta V_1=\Delta V_2$ e si ottiene allora che:

$$\frac{Q_1}{C_1} = \frac{Q_2}{C_2}$$

$$\frac{Q_1}{Q_2} = \frac{C_1}{C_2}$$

L'ultima equazione può essere messa a sistema con $Q_{TOT}=Q_1+Q_2$ la cui soluzione porta a:

$$\begin{cases} \dfrac{Q_1}{Q_2} = \dfrac{C_1}{C_2} \\ Q_{TOT} = Q_1 + Q_2 \end{cases}$$

$$\begin{cases} Q_1 = \dfrac{C_1}{C_1 + C_2} Q_{TOT} = \dfrac{2}{3} \mu\text{C} \approx 0.67\mu\text{C} \\ Q_2 = \dfrac{C_2}{C_1 + C_2} Q_{TOT} = \dfrac{4}{3} \mu\text{C} \approx 1.33\mu\text{C} \end{cases}$$

Dopo l'inserimento del dielettrico abbiamo ancora due condensatori in parallelo le cui capacità sono ora $C_1'=C_1$ e $C_2'=\varepsilon_R \cdot C_2$, mentre la carica totale Q_{TOT} rimane inalterata perché il sistema è isolato durante l'inserimento del dielettrico. Possiamo allora trovare le cariche Q_1' e Q_2' sfruttando il risultato del sistema appena trovato, con le opportune modifiche:

$$\begin{cases} Q_1' = \dfrac{C_1}{C_1 + \varepsilon_R C_2} Q_{TOT} = \dfrac{2}{7} \mu\text{C} \approx 0.29\mu\text{C} \\ Q_2' = \dfrac{\varepsilon_R C_2}{C_1 + \varepsilon_R C_2} Q_{TOT} = \dfrac{12}{7} \mu\text{C} \approx 1.71\mu\text{C} \end{cases}$$

L'energia elettrostatica immagazzinata in un condensatore è pari a $U=Q^2/(2C)$. Considerando allora il fatto che abbiamo due condensatori di cui sono note le capacità iniziali e finali, e per i quali abbiamo calcolato le cariche iniziali e finali, possiamo scrivere che l'energia iniziale U_i e quella finale U_f sono:

$$U_i = \frac{1}{2}\frac{Q_1^2}{C_1} + \frac{1}{2}\frac{Q_2^2}{C_2} = \frac{2}{3} \cdot 10^{-6}\,\text{J} \approx 0.67 \cdot 10^{-6}\,\text{J}$$

$$U_f = \frac{1}{2}\frac{(Q_1')^2}{C_1} + \frac{1}{2}\frac{(Q_2')^2}{\varepsilon_R C_2} = \frac{2}{7} \cdot 10^{-6}\,\text{J} \approx 0.29 \cdot 10^{-6}\,\text{J}$$

La differenza di energia elettrostatica $\Delta U=U_f-U_i$ è allora:

$$\Delta U = U_f - U_i = \left(\frac{2}{7} - \frac{2}{3}\right) \cdot 10^{-6}\,\text{J} \approx -3.8 \cdot 10^{-7}\,\text{J}$$

Soluzione problema 3

Non appena il corpo m inizia a cadere, si ha un moto della barra che chiude il circuito verso destra. Quindi si ha un aumento dell'area del circuito esposta al campo magnetico B e un aumento del flusso $\Phi(B)$. Detta x la posizione della barra mobile rispetto a quella fissa, la forza elettromotrice indotta f_i sarà data dalle seguenti formule:

$$\Phi(B) = Blx$$

$$|f_i| = \left| -\frac{d\Phi}{dt} \right| = Bl\frac{dx}{dt} = Blv$$

dove v è la velocità con cui si muove la barretta mobile, e quindi quella con cui cade il corpo di massa m. Dato che si ha un aumento di flusso $\Phi(B)$ del campo magnetico attraverso il circuito, la forza elettromotrice indotta f_i spinge la corrente indotta I a circolare in verso orario nella figura (in accordo con la legge di Lenz, per compensare l'aumento di Φ):

$$I = \frac{f_i}{R} = \frac{Blv}{R}$$

Una forza meccanica di origine magnetica, F_M, si sviluppa allora sulla barra mobile, diretta nel verso opposto al moto (ovvero che si oppone alla caduta del corpo m):

$$F_M = I\left|\vec{l} \times \vec{B}\right| = IlB$$

$$F_M = \frac{B^2 l^2 v}{R}$$

Le forze che agiscono allora sul corpo m sono la forza peso mg diretta verso il basso e, tramite la carrucola, la forza di attrito e la forza magnetica (appena calcolata) che si oppongono invece al moto. Pertanto possiamo scrivere il II principio della dinamica nel seguente modo:

$$ma = mg - \mu N - F_M$$

$$m\frac{dv}{dt} = mg - \mu N - \frac{B^2 l^2 v}{R}$$

Per definizione la velocità limite è quella che possiede il corpo quando l'accelerazione è nulla. Imponendo allora a=0 nelle precedenti formule, si ottiene un'espressione per la velocità limite v:

$$mg - \mu N - \frac{B^2 l^2 v}{R} = 0$$

$$v = \frac{mgR}{B^2 l^2} - \frac{\mu NR}{B^2 l^2}$$

$$v = \frac{R}{B^2 l^2}(mg - \mu N)$$

La potenza dissipata a regime dalla forza di attrito, P_A, sarà pari al prodotto della forza per la velocità del corpo m:

$$P_A = \mu N v$$

$$P_A = \frac{\mu NR}{B^2 l^2}(mg - \mu N)$$

mentre la potenza dissipata per effetto Joule, P_J, sarà pari a:

$$P_J = I^2 R$$

$$P_J = \frac{B^2 l^2 v^2}{R}$$

$$P_J = \frac{B^2 l^2}{R}\left[\frac{R}{B^2 l^2}(mg - \mu N)\right]^2$$

$$P_J = \frac{R}{B^2 l^2}(mg - \mu N)^2$$

La potenza meccanica, P_{TOT}, fornita dalla caduta del corpo m è pari alla forza di gravità, mg, per la velocità v con cui cade il corpo a regime:

$$P_{TOT} = mgv$$

$$P_{TOT} = \frac{mgR}{B^2 l^2}\left(mg - \mu N\right)$$

Sommando P_A e P_J si ottiene che:

$$P_A + P_J = \frac{\mu NR}{B^2 l^2}\left(mg - \mu N\right) + \frac{R}{B^2 l^2}\left(mg - \mu N\right)^2$$

$$P_A + P_J = \frac{R}{B^2 l^2}\left[\mu N\left(mg - \mu N\right) + \left(mg - \mu N\right)^2\right]$$

$$P_A + P_J = \frac{R\left(mg - \mu N\right)}{B^2 l^2}\left[\mu N + \left(mg - \mu N\right)\right]$$

$$P_A + P_J = \frac{R\left(mg - \mu N\right)}{B^2 l^2}\left[mg\right]$$

$$P_A + P_J = \frac{mgR}{B^2 l^2}\left(mg - \mu N\right)$$

dove l’ultima espressione è esattamente pari a P_{TOT}.