

**Risultati esame scritto Fisica 1 - 18/06/2013****orali: 24/06/2013 alle ore 14:00 presso aula F****(gli studenti interessati a visionare lo scritto sono pregati di presentarsi il giorno dell'orale)**

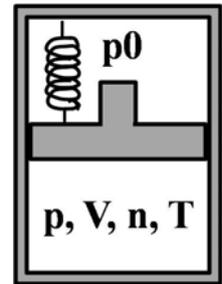
Nuovo Ordinamento				Vecchio Ordinamento		
		voto			voto	
AGOSTINO	PATRIZIA	nc		MERCURIO	GIUSEPPE	19 ammesso
AIELLO	ANTONELLA	11		VINCI	RAFFAELLA	20 ammesso
AMATO	MATTIA	14				
BIANCO	TOMMASO	24	ammesso			
CAIROLA	MARIO NICOLA	nc				
CANINO	ALESSANDRA	nc				
CANINO	MARIA	nc				
CARBONE	PASQUALE CARMINE	11				
CARCHEDI	GIUSY	nc				
CASELLA	ALESSANDRO	13				
CIAVARELLA	MARIA	nc				
CONDEMI	GIUSEPPE ALESSIO	11				
CUTELLE'	ROBERTA	18	ammesso			
DOLCE	FABIOLA	15				
FALVO	FEDRA ROSITA	14				
FURFARO	ALBA	nc				
GERVASI	GIUSEPPE	20	ammesso			
GIACOBBE	SAHARA	18	ammesso			
GIGANTE	ANTONIETTA	11				
MANNELLA	MATTIA	nc				
MARINO (109813)	FRANCESCA (109813)	nc				
MARTINIS	MARIA CHIARA	nc				
MELLEA	MAURIZIO	17	ammesso			
MERCURIO	FRANCESCA	nc				
METE	PAOLA	10				
MINIACI	FRANCESCO	13				
MONTEVERDE	ALESSANDRO	14				
NOCITA	FEDERICA	14				
PERSIA	ALESSIA	12				
PITITTO	MIRIANA	13				
PUGLIESE	FILOMENA	15				
QUATTROMANI	MIRIAM	14				
ROTA	FRANCESCO	18	ammesso			
RUSSO	ERICA	11				
SCARPINO	ILEANA	nc				
SOLLAZZO	AMALIA	14				
SQUILLACIOTI	MARIANNA	nc				
TALARICO	SARA	12				
TUCCI	ALESSANDRA	12				
URSINI	ANDREA	17	ammesso			
VALLELUNGA	ROSARINA	15				
VATRANO	ANTONIO	14				
VATRELLA	VALERIANO	20	ammesso			

# Esame di Fisica 1

Corso Interateneo di Ing. Informatica e Biomedica – 18/06/2013

## Problema 1

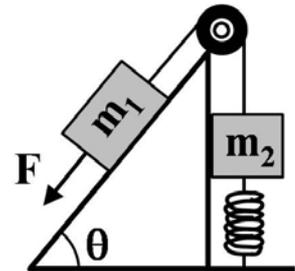
Un recipiente cilindrico di sezione  $S=0.01\text{m}^2$  contiene  $n=0.1\text{moli}$  di gas ideale alla temperatura  $T=200\text{K}$ . Il recipiente è chiuso da un pistone di massa  $M=5\text{kg}$  libero di muoversi senza attrito, che è vincolato ad una molla di costante elastica  $k=1300\text{N/m}$  legata alla superficie superiore del recipiente (vedi figura). Sapendo che all'equilibrio il gas occupa un volume  $V=10^{-2}\text{m}^3$  e che al di sopra del pistone la pressione è  $p_0=5\cdot 10^3\text{Pa}$ , calcolare la deformazione della molla e dire se essa è in uno stato di compressione o di elongazione. [La costante dei gas perfetti è  $R=8.31\text{J/mol K}$ ]



## Problema 2

Sia dato un piano inclinato che forma un angolo  $\theta=60^\circ$  con l'orizzontale e alla cui sommità è presente una carrucola di massa trascurabile. Sul piano inclinato si trova una massa  $m_1=5\text{kg}$  e il coefficiente di attrito fra  $m_1$  ed il piano inclinato è  $\mu=0.25$  (coefficiente di attrito statico=coefficiente di attrito dinamico). La massa  $m_1$  è legata tramite una fune inestensibile di massa trascurabile e tramite la carrucola ad una massa  $m_2=2\text{kg}$  sospesa al di là del piano inclinato, lungo la verticale (come in figura). Alla massa  $m_2$  è legata verticalmente una molla con costante elastica  $k=160\text{N/m}$ .

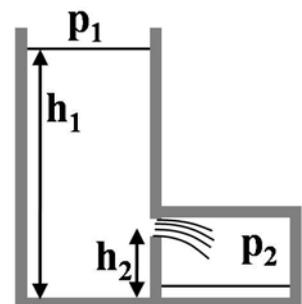
- 1) Determinare la deformazione  $\Delta x$  della molla e la tensione  $T$  della fune quando il sistema è in equilibrio.
- 2) A partire dalla posizione di equilibrio del punto 1), si applichi verso il basso una forza  $F=8\text{N}$  alla massa  $m_1$ , parallelamente al piano inclinato, e si determini qual è la deformazione  $\Delta x'$  della molla, dopo che il sistema ha raggiunto la nuova posizione di equilibrio.
- 3) Tenendo presente che il sistema oscilla in maniera smorzata intorno alla nuova posizione di equilibrio prima di fermarsi a causa della forza di attrito, calcolare qual è l'energia dissipata complessivamente dalla forza di attrito fra le due posizioni di equilibrio [si consideri che l'energia fornita dall'esterno tramite la forza  $F$  è pari  $F\cdot s$ , dove  $s$  è lo spostamento della massa  $m_1$ ].



## Problema 3

Siano dati due recipienti collegati fra loro mediante un rubinetto ad un'altezza  $h_2=1\text{m}$  dal fondo dei recipienti (vedi figura). Il primo è un recipiente che contiene acqua (densità dell'acqua  $\rho=10^3\text{kg/m}^3$ ) fino ad un livello  $h_1=5\text{m}$  dal fondo; tale recipiente è aperto in alto e a contatto con la pressione atmosferica  $p_1=1.013\cdot 10^5\text{Pa}$ . Il secondo recipiente è invece chiuso proprio sopra il rubinetto (ha quindi un'altezza pari a  $h_2$ ) e contiene un gas inizialmente alla pressione  $p_2=0.725\cdot 10^5\text{Pa}$ . Questo secondo recipiente ha le pareti a contatto con l'aria esterna conduttrici di calore e mantengono il gas al suo interno a temperatura costante. I due recipienti hanno sezione  $S$  uguale e all'istante  $t=0\text{sec}$  viene aperto il rubinetto, che ha sezione trascurabile rispetto ad  $S$ .

- 1) Si determini la velocità dell'acqua,  $v_2$ , attraverso il rubinetto all'istante iniziale  $t=0\text{sec}$ , supponendo che sia trascurabile la velocità con cui si muove il livello  $h_1$ .
- 2) Supponendo che al passare del tempo il livello  $h_1$  scende di una quota pari a  $y$ , determinare il valore di  $y$  e il valore di pressione  $p$  del gas nel secondo recipiente per i quali non si ha più il passaggio di acqua dal primo al secondo recipiente [si tenga presente che mentre il livello  $h_1$  scende, aumenta il livello di acqua nel secondo recipiente e diminuisce il volume a disposizione del gas].



### Soluzione problema 1

Dall'equazione di stato dei gas perfetti possiamo ricavare la pressione del gas, che è quella al di sotto del pistone:

$$pV = nRT \rightarrow p = \frac{nRT}{V} = 16620Pa$$

Sul pistone agiscono allora la pressione  $p_0$  che si trova al di sopra di esso (e diretta verso il basso), la pressione  $p$  che si trova al di sotto (e diretta verso l'alto), la forza peso del pistone (diretta verso il basso) e la forza elastica della molla (il cui verso dipende dalla deformazione  $\Delta x$ ). Assumendo come verso positivo quello diretto verso il basso e applicando il II principio della dinamica si ha allora la seguente espressione per la condizione di equilibrio:

$$p_0 S + Mg - pS - k\Delta x = 0$$

Nella precedente espressione si noti che, per  $\Delta x$  positivo, la molla è in uno stato di elongazione e quindi la forza elastica è diretta verso l'alto, mentre per  $\Delta x$  negativo la molla è compressa e la forza elastica risulta diretta verso il basso. Ricaviamo dall'ultima espressione il valore di  $\Delta x$ :

$$\Delta x = \frac{p_0 S + Mg - pS}{k} \approx -0.05m$$

Poiché  $\Delta x$  è negativo, la molla è in uno stato di compressione.

### Soluzione problema 2

Punto 1): Scriviamo il II principio della dinamica per le due masse  $m_2$  e  $m_1$ , dove per quest'ultima consideriamo solo le forze parallele al piano inclinato (quelle perpendicolari, ovvero componente perpendicolare della forza peso e reazione vincolare del piano inclinato, sono uguali ed opposte). Su  $m_2$  agiscono la forza peso, la tensione  $T$  della fune e la forza elastica; sulla massa  $m_1$  agiscono la forza peso (da scomporre in componente parallela e perpendicolare al piano inclinato), la forza di attrito e la tensione  $T$  della fune:

$$\begin{cases} m_1 g \sin(\theta) - T - \mu m_1 g \cos(\theta) = m_1 a \\ T - m_2 g - k\Delta x = m_2 a \end{cases}$$

dove  $a$  è l'accelerazione delle due masse (identica per le due masse perchè la fune è inestensibile). All'equilibrio si avrà  $a=0$ , da cui segue che:

$$\begin{cases} m_1 g \sin(\theta) - T - \mu m_1 g \cos(\theta) = 0 \\ T - m_2 g - k\Delta x = 0 \end{cases}$$

Sommando membro a membro le due equazioni si ottiene un'espressione per  $\Delta x$ :

$$\begin{aligned} m_1 g \sin(\theta) - \mu m_1 g \cos(\theta) - m_2 g - k\Delta x &= 0 \\ \Delta x &= \frac{m_1 g [\sin(\theta) - \mu \cos(\theta)] - m_2 g}{k} \approx 0.10m \end{aligned}$$

Sostituendo il valore appena trovato nella seconda equazione del sistema, possiamo determinare la tensione  $T$ :

$$T = m_2 g + k\Delta x \approx 36.3N$$

Punto 2): Analogamente al punto 1), scriviamo il II principio della dinamica per le due masse aggiungendo la forza  $F$  e imponendo che l'accelerazione del sistema sia pari a zero, per trovare la nuova posizione di equilibrio:

$$\begin{cases} F + m_1 g \sin(\theta) - T - \mu m_1 g \cos(\theta) = 0 \\ T - m_2 g - k\Delta x' = 0 \end{cases}$$

Sommando membro a membro si ottiene che:

$$F + m_1 g [\sin(\theta) - \mu \cos(\theta)] - m_2 g - k\Delta x' = 0$$

$$\Delta x' = \frac{F + m_1 g [\sin(\theta) - \mu \cos(\theta)] - m_2 g}{k} = \frac{F}{k} + \Delta x \approx 0.15 \text{ m}$$

Punto 3): Calcoliamo l'energia dissipata complessivamente dalla forza di attrito valutando qual è la variazione di energia potenziale fra le due posizioni di equilibrio e considerando che dall'esterno viene fornita una quantità di energia pari a  $F \cdot s$ , dove  $s$  è lo spostamento della massa  $m_1$  parallela al piano inclinato. Si tenga presente che poiché le masse sono ferme sia nella prima posizione di equilibrio che nella seconda, non c'è energia cinetica che è stata tutta dissipata dalla forza di attrito.

Dato che la massa  $m_2$  si muove verso l'alto di una quantità pari  $\Delta x' - \Delta x$  e che la fune è inestensibile, ne segue che lo spostamento  $s$  della massa  $m_1$  parallelamente al piano inclinato è pari a  $s = \Delta x' - \Delta x \approx 0.05 \text{ m}$ . Per quanto riguarda le variazioni di altezza (che servono per l'energia potenziale legata alla forza peso,  $mgh$ ), si noti che la massa  $m_2$  sale di un'altezza  $s$ , mentre la massa  $m_1$  scende di una quota pari a  $s \cdot \sin(\theta)$ . Dette quindi  $h_{1,i}$  e  $h_{2,i}$  rispettivamente le altezze iniziali delle masse  $m_1$  e  $m_2$ , le altezze finali sono date da:

$$h_{1,f} = h_{1,i} - s \cdot \sin(\theta)$$

$$h_{2,f} = h_{2,i} + s$$

Considerando che abbiamo energia potenziale dovuta alla forza peso ed energia potenziale elastica, si hanno le seguenti espressioni per l'energia potenziale iniziale,  $U_i$ , e finale,  $U_f$ :

$$U_i = m_1 g h_{1,i} + m_2 g h_{2,i} + \frac{1}{2} k (\Delta x)^2$$

$$U_f = m_1 g h_{1,f} + m_2 g h_{2,f} + \frac{1}{2} k (\Delta x')^2$$

L'energia meccanica fornita dalla forza  $F$  sarà convertita in energia potenziale,  $\Delta U$ , e energia dissipata dalla forza di attrito,  $W_A$ :

$$F \cdot s = U_f - U_i + W_A$$

$$F \cdot s = m_1 g h_{1,f} + m_2 g h_{2,f} + \frac{1}{2} k (\Delta x')^2 - m_1 g h_{1,i} - m_2 g h_{2,i} - \frac{1}{2} k (\Delta x)^2 + W_A$$

$$F \cdot s = m_1 g (h_{1,f} - h_{1,i}) + m_2 g (h_{2,f} - h_{2,i}) + \frac{1}{2} k [(\Delta x')^2 - (\Delta x)^2] + W_A$$

$$F \cdot s = -m_1 g s \cdot \sin(\theta) + m_2 g s + \frac{1}{2} k [(\Delta x')^2 - (\Delta x)^2] + W_A$$

$$W_A = F \cdot s + m_1 g s \cdot \sin(\theta) - m_2 g s - \frac{1}{2} k [(\Delta x')^2 - (\Delta x)^2] \approx 0.54 \text{ J}$$

### Soluzione problema 3

Punto 1): Applichiamo il teorema di Bernoulli al flusso che va dalla sezione a livello  $h_1$  fino al rubinetto a livello  $h_2$ :

$$p_1 + \frac{1}{2} \rho v_1^2 + \rho g h_1 = p_2 + \frac{1}{2} \rho v_2^2 + \rho g h_2$$

Trascurando  $v_1$  si ottiene che:

$$\frac{1}{2} \rho v_2^2 = (p_1 - p_2) + \rho g(h_1 - h_2)$$

$$v_2^2 = \frac{2(p_1 - p_2)}{\rho} + 2g(h_1 - h_2)$$

$$v_2 = \sqrt{\frac{2(p_1 - p_2)}{\rho} + 2g(h_1 - h_2)} \approx 11.7 \text{ m/s}$$

Punto 2): Dato che il gas all'interno del secondo recipiente rimane a temperatura costante, man mano che il volume a disposizione del gas diminuisce si ha una compressione isoterma:

$$p_2 V_2 = pV$$

dove  $p_2$  e  $V_2$  sono i valori iniziali di pressione e volume a disposizione del gas, mentre  $p$  e  $V$  sono i valori ad un istante  $t > 0$ . Poiché i due recipienti hanno uguale sezione, quando il livello  $h_1$  è sceso di una quantità pari a  $y$ , il livello di acqua nel secondo recipiente è salito di un uguale livello  $y$ . Pertanto, detta  $S$  la sezione dei due recipienti, dall'ultima equazione si ottiene che:

$$p_2 S h_2 = p S (h_2 - y)$$

$$p_2 h_2 = p (h_2 - y)$$

$$p = \frac{p_2 h_2}{(h_2 - y)}$$

L'ultima espressione ci dice come varia la pressione del gas nel secondo recipiente in funzione del livello  $y$  dell'acqua che sale. In particolare, quando questa pressione nel secondo recipiente uguaglia la pressione presente nel primo recipiente in prossimità del rubinetto, si ha equilibrio fra la pressione che spinge l'acqua a fuoriuscire e la pressione che si oppone all'uscita dell'acqua. Quando si realizza questo equilibrio, non si ha più fuoriuscita di acqua dal primo recipiente. La pressione  $p$  che si ha in prossimità del rubinetto nel primo recipiente è la somma della pressione atmosferica  $p_1$  e della pressione esercitata per la legge di Stevino dalla massa di liquido che si trova al di sopra del rubinetto:

$$p = p_1 + \rho g(h_1 - y - h_2)$$

Uguagliando le ultime due espressioni scritte per la pressione  $p$  in prossimità del rubinetto, si ottiene che:

$$\frac{p_2 h_2}{(h_2 - y)} = p_1 + \rho g(h_1 - y - h_2)$$

$$p_2 h_2 = p_1 (h_2 - y) + \rho g(h_1 - y - h_2)(h_2 - y)$$

$$p_2 h_2 = p_1 h_2 - p_1 y + \rho g(h_1 h_2 - h_2 y - h_2^2 - h_1 y + y^2 + h_2 y)$$

$$[p_1 - p_2 + \rho g(h_1 - h_2)] h_2 - (p_1 + \rho g h_1) y + \rho g y^2 = 0$$

$$\left[ \frac{p_1 - p_2}{\rho g} + (h_1 - h_2) \right] h_2 - \left( \frac{p_1}{\rho g} + h_1 \right) y + y^2 = 0$$

$$6.94 - 15.33y + y^2 = 0$$

Dalla soluzione dell'ultima equazione di II grado si ottengono due valori positivi di  $y$ , di cui però solo uno ha significato fisico per noi, essendo minore di  $h_2$ :

$$y_I \approx 0.47 \text{ m}; \quad y_{II} \approx 14.87 \text{ m}$$

Ne segue che quando il livello di acqua nel secondo recipiente è pari a  $y_I \approx 0.47 \text{ m}$ , la pressione del gas impedisce la fuoriuscita di acqua dal primo recipiente. Sostituendo questo valore di  $y$  in una delle espressioni per  $p$  si ottiene la corrispondente pressione del gas:

$$p = p_1 + \rho g(h_1 - y_I - h_2) \approx 1.36 \cdot 10^5 \text{ Pa}$$