Risultati esame scritto Fisica 1 - 03/07/2013
orali: vedere avviso on-line

(gli studenti interessati a visionare lo scritto sono pregati di presentarsi il giorno dell'orale)

Nuovo Ordinamento

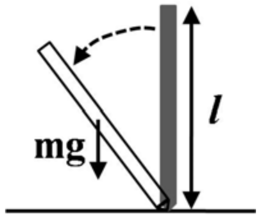
		voto	
AIELLO	ANTONELLA	nc	
AMATO	MATTIA	21	ammesso
BARONE	ROBERTO	nc	
CANINO	MARIA	nc	
CARUSO	FRANCESCA	nc	
CASELLA	ALESSANDRO	17	ammesso
CONDEMI	GIUSEPPE ALESSIO	12	
COVANI	DEMETRIO	nc	
CUTELLE'	ROBERTA	nc	
DOLCE	FABIOLA	nc	
FALVO	FEDRA ROSITA	17	ammesso
GIGANTE	ANTONIETTA	11	
GIUNTA	ANDREA	nc	
MARINO	FRANCESCA	nc	
MARINO (109813)	FRANCESCA (109813)	nc	
MARTINIS	MARIA CHIARA	nc	
METE	PAOLA	nc	
MINIACI	FRANCESCO	nc	
NICOLETTI	ROSSELLA	nc	
NOCITA	FEDERICA	nc	
PERSIA	ALESSIA	nc	
PITITTO	MIRIANA	nc	
PUGLIESE	FILOMENA	nc	
PUTRONE	MICHELE	nc	
QUATTROMANI	MIRIAM	nc	
RUSSO	ERICA	nc	
SARACENO	SERENA	17	ammesso
SCARFONE	RENATO	nc	
SCARPINO	ILEANA	nc	
SERGI	CARLA	nc	
SOLLAZZO	AMALIA	nc	
SQUILLACIOTI	MARIANNA	nc	
TALARICO	SARA	17	ammesso
TUCCI	ALESSANDRA	nc	
VALLELUNGA	ROSARINA	nc	
VATRANO	ANTONIO	nc	
VISCOMI	MARIO	nc	

Esame di Fisica 1

Corso Interateneo di Ing. Informatica e Biomedica – 18/06/2013

Problema 1

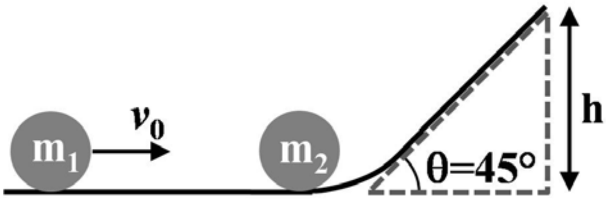
Una penna di lunghezza l=0.12m è trattenuta in equilibrio precario in posizione verticale e poggiata per la punta su di un tavolo orizzontale. La penna viene lasciata cadere con velocità iniziale nulla, ruotando attorno alla punta. Assumendo che la massa sia distribuita uniformemente lungo la penna e che quindi il centro di massa della penna si trovi nel punto di mezzo della penna, determinare accelerazione angolare α e velocità angolare ω nel momento in cui il corpo della penna urta il tavolo. Il momento di inerzia I per il moto rotatorio attorno alla punta della penna è pari a $I=ml^2/3$, con m massa della penna.
[Si trascuri qualsiasi forma di attrito]



Problema 2

Due corpi puntiformi di massa m_1=0.5kg e m_2=1.0kg sono posti sopra una guida metallica su cui si possono muovere senza attrito. Il corpo m_1 ha velocità iniziale v_0 ed è diretto verso il corpo m_2, che si trova alla base di un tratto curvo di guida. Questo tratto curvo finisce con una pendenza θ=45° rispetto al piano orizzontale e ad una quota h=0.5m. Sapendo che, dopo l'urto, il corpo che prosegue sul tratto curvo della guida ne raggiunge la sommità e cade ad una distanza orizzontale d=1.0m dalla fine della guida, determinare la velocità iniziale v_0 nei seguenti casi:

1) urto perfettamente elastico
2) urto perfettamente anelastico



Problema 3

Una quantità di gas monoatomico, pari a n=2moli, si trova inizialmente nello stato 1, caratterizzato da pressione $p_1=0.33\cdot10^5$Pa e volume $V_1=0.25\text{m}^3$. A partire da questo stato compie un'espansione isoterma reversibile che lo porta nello stato 2 a volume $V_2=x\cdot$V1 con x>1. Quindi compie una compressione isobara reversibile fino allo stato 3, con volume $V_3=V_1$. Infine torna nello stato 1 con una trasformazione isocora reversibile.

1) Determinare la temperatura T_1 dello stato iniziale e disegnare nel piano (p,V) il ciclo descritto.
2) Si calcoli il rendimento η del ciclo termodinamico descritto, usando x come parametro.
3) Si calcoli il rendimento η del ciclo per x=2 e per x=200.

[La costante dei gas perfetti è R=8.31J/K·mol]

Soluzione problema 1

Nel momento in cui la penna viene rilasciata dalla sua posizione di equilibrio precario e inizia a cadere, abbiamo la forza peso che agisce su di essa. La risultante della forza peso è applicata nel centro di massa della penna, che come ci dice il problema si trova a distanza $l/2$ dalla punta della penna. La rotazione della penna durante la caduta avviene intorno alla sua punta che è a contatto col tavolo; prendiamo questo punto come polo della rotazione e calcoliamo il momento M della forza peso attorno a questo punto. Detto θ l'angolo che la penna forma con l'orizzontale del tavolo, si ha per M la seguente espressione:

$$M = mg\frac{l}{2}\cos(\theta)$$

Il momento M sarà anche pari a:

$$M = I\alpha$$

Uguagliando le due espressioni per M si trova che durante il moto della penna l'accelerazione angolare α è data da:

$$I\alpha = mg\frac{l}{2}\cos(\theta)$$

$$m\frac{l^2}{3}\alpha = mg\frac{l}{2}\cos(\theta)$$

$$\alpha(\theta) = \frac{3}{2}\frac{g}{l}\cos(\theta)$$

Si noti che α varia nel tempo (al variare di θ), per cui non si tratta di un moto rotatorio con accelerazione angolare costante. Nel momento in cui il corpo della penna tocca il tavolo si ha che θ=0°, da cui segue che l'accelerazione angolare α è pari a:

$$\alpha = \frac{3}{2}\frac{g}{l} \approx 122.6\,\text{rad/s}^2$$

Per calcolare la velocità angolare ω applichiamo la conservazione dell'energia meccanica. Inizialmente la penna è ferma e possiede solo energia potenziale U legata alla forza peso (che è applicata nel centro di massa della penna), mentre alla fine l'energia potenziale si è convertita in energia cinetica rotazionale K_R:

$$U = K_R$$

$$mg\frac{l}{2} = \frac{1}{2}I\omega^2$$

$$mgl = \frac{ml^2}{3}\omega^2$$

$$\omega = \sqrt{\frac{3g}{l}} \approx 15.7\,\text{rad/s}$$

Soluzione problema 2

Dopo la fine della guida, il corpo che compie la distanza orizzontale d=1.0m effettua un moto parabolico, partendo però da un'altezza diversa da quella di arrivo. Scomponendo il moto parabolico nelle sue componenti orizzontale (asse x) e verticale (asse y) le equazioni del moto sono le seguenti:

$$\begin{cases} x(t) = v_u \cos(\theta) \cdot t \\ y(t) = h + v_u \sin(\theta) \cdot t - \frac{1}{2} g t^2 \end{cases}$$

dove v_u è la velocità che il corpo possiede alla fine della guida. Come vediamo nelle equazioni per il moto parabolico non compare la massa del corpo, da cui si deduce che v_u deve essere lo stesso sia nel caso di urto elastico che di urto anelastico. Imponendo che la distanza x percorsa sia pari a d e che la quota di arrivo sia y=0, possiamo ricavare la velocità v_1:

$$\begin{cases} d = v_u \cos(\theta) \cdot t \\ 0 = h + v_u \sin(\theta) \cdot t - \frac{1}{2} g t^2 \end{cases}$$

$$\begin{cases} t = \dfrac{d}{v_u \cos(\theta)} \\ 0 = h + d \tan(\theta) - \dfrac{1}{2} g \dfrac{d^2}{v_u^2 \cos^2(\theta)} \end{cases}$$

$$\begin{cases} t = \dfrac{d}{v_u \cos(\theta)} \\ \dfrac{1}{v_u^2} = \dfrac{2[h + d \tan(\theta)]}{g d^2} \cdot \cos^2(\theta) \end{cases}$$

$$\begin{cases} t = \dfrac{d}{v_u \cos(\theta)} \\ v_u = \sqrt{\dfrac{g d^2}{2[h + d \tan(\theta)] \cos^2(\theta)}} \approx 2.56 \text{m/s} \end{cases}$$

Subito dopo l'urto, la massa che percorre la rampa possiede velocità v_f e parte della sua energia cinetica viene convertita in energia potenziale dovuta all'altezza h della rampa. D'altro canto, all'uscita della rampa esso deve possedere ancora velocità v_1 e la corrispondente energia cinetica:

$$\frac{1}{2} m v_f^2 = mgh + \frac{1}{2} m v_u^2$$

$$v_f = \sqrt{2gh + v_u^2} \approx 4.04 \text{m/s}$$

Caso di urto elastico:

Nel caso di urto elastico, è il corpo di massa m_2 che percorre la rampa e che possiede velocità v_f subito dopo l'urto. Dato che si ha sia la conservazione di quantità di moto che di energia cinetica, possiamo scrivere che:

$$\begin{cases} m_1 v_0 = m_1 v_1 + m_2 v_f \\ v_0 + v_1 = v_f \end{cases}$$

dove v_1 è la velocità della massa m_1 dopo l'urto. Ne segue che:

$$\begin{cases} m_1 v_0 = m_1 (v_f - v_0) + m_2 v_f \\ v_1 = v_f - v_0 \end{cases}$$

$$\begin{cases} v_0 = \dfrac{(m_1 + m_2)}{2m_1} v_f \approx 6.06\text{m/s} \\ v_1 = v_f - v_0 \approx -2.02\text{m/s} \end{cases}$$

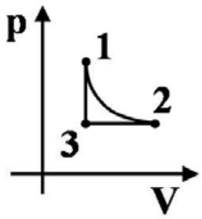
Caso di urto anelastico:
Nel caso di urto perfettamente anelastico, le due masse dopo l'urto costituiscono un unico corpo di massa $M=m_1+m_2$. In questo caso si ha solo la conservazione della quantità di moto e deve essere la massa M a possedere la velocità v_f subito dopo l'urto:

$$m_1 v_0 = (m_1 + m_2) v_f$$

$$v_0 = \frac{(m_1 + m_2)}{m_1} v_f \approx 12.12\text{m/s}$$

Soluzione problema 3

Punto 1): dall'equazione di stato dei gas perfetti si ottiene la temperatura T_1 dello stato 1:



$$p_1 V_1 = nRT_1$$

$$T_1 = \frac{p_1 V_1}{nR} \approx 496\text{K}$$

In figura è riportato uno schema del ciclo descritto nel piano (p,V).

Punto 2): per il rendimento η del ciclo calcoliamo il calore assorbito, Q_A, e quello ceduto, Q_C, durante il ciclo. Nella trasformazione isoterma da V_1 a $V_2=x\cdot V_1$ si ha conservazione dell'energia interna del gas, per cui dal primo principio della termodinamica abbiamo che il calore scambiato è pari al lavoro svolto:

$$\Delta Q_{1,2} = \Delta W_{1,2}$$

$$\Delta Q_{1,2} = \int_{V1}^{V2} p dV = \int_{V1}^{V2} nRT_1 \frac{dV}{V} = nRT_1 \int_{V1}^{V2} \frac{dV}{V} = nRT_1 \ln\left(\frac{V_2}{V_1}\right) = nRT_1 \ln(x)$$

Dato che $x>1$, si ha che $\Delta Q_{1,2}$ è positivo e costituisce quindi un calore assorbito.

Nella compressione isobara dallo stato 2 allo stato 3, il calore scambiato $\Delta Q_{2,3}$ è un calore a pressione costante, per cui possiamo scrivere che:

$$\Delta Q_{2,3} = C_P (T_3 - T_2) = \frac{5}{2} nR (T_3 - T_2)$$

La temperatura dello stato 2 è pari a quella dello stato 1, dato che 1 e 2 sono connessi da una trsformazione isoterma, per cui $T_2=T_1$. Per lo stato 3 possiamo invece vedere dal grafico del ciclo che $p_3=p_2$ e $V_3=V_1$; quindi il volume dello stato 3 è già noto, mentre per la pressione p_2 possiamo sfruttare la trasformazione isoterma fra 1 e 2 e scrivere che:

$$p_1 V_1 = p_2 V_2 = p_2 V_1 x$$

$$p_2 = \frac{p_1}{x} = p_3$$

Una volta noti p_3 e V_3 possiamo calcolare la temperatura T_3 sfruttando l'equazione di stato dei gas perfetti:

$$p_3 V_3 = nRT_3$$

$$\frac{p_1}{x} V_1 = nRT_3$$

$$T_3 = \frac{p_1 V_1}{nRx} = \frac{T_1}{x}$$

Tornando al calore scambiato durante la compressione isobara, si ha allora che:

$$\Delta Q_{2,3} = \frac{5}{2} nR \left(\frac{T_1}{x} - T_1 \right) = \frac{5}{2} nRT_1 \left(\frac{1-x}{x} \right)$$

Dato che $x>1$, $\Delta Q_{2,3}$ è negativo e costituisce un calore ceduto.

Nell'ultima trasformazione dallo stato 3 allo stato 1, mediante una isocora, si ha un calore $\Delta Q_{3,1}$ che è scambiato a volume costante:

$$\Delta Q_{3,1} = C_V (T_1 - T_3) = \frac{3}{2} nR \left(T_1 - \frac{T_1}{x} \right) = \frac{3}{2} nRT_1 \left(\frac{x-1}{x} \right)$$

Dato che $x>1$, $\Delta Q_{3,1}$ è positivo e costituisce un calore assorbito.

Tutto il calore assorbito Q_A è quindi pari a:

$$Q_A = \Delta Q_{1,2} + \Delta Q_{3,1} = nRT_1 \ln(x) + \frac{3}{2} nRT_1 \left(\frac{x-1}{x} \right) = nRT_1 \left[\ln(x) + \frac{3}{2} \left(\frac{x-1}{x} \right) \right]$$

mentre tutto il calore ceduto Q_C (in modulo) è pari a:

$$Q_C = -\Delta Q_{2,3} = -\frac{5}{2} nRT_1 \left(\frac{1-x}{x} \right)$$

Il rendimento η del ciclo in termini di Q_A e Q_C è pari a:

$$\eta = 1 - \frac{Q_C}{Q_A} = 1 - \frac{-\frac{5}{2}\left(\frac{1-x}{x} \right)}{\left[\ln(x) + \frac{3}{2} \left(\frac{x-1}{x} \right) \right]} = 1 + \frac{5(1-x)}{[2x\ln(x) + 3(x-1)]}$$

Punto 3): ora basta sostituire all'ultima espressione scritta i valori di x=2 e x=200 per avere i rendimenti cercati:

$$\eta(x=2) = 1 + \frac{5(1-2)}{[4\ln(2) + 3(2-1)]} \approx 0.13$$

$$\eta(x=200) = 1 + \frac{5(1-200)}{[400\ln(200) + 3(200-1)]} \approx 0.63$$