Risultati esame scritto Fisica 2 - 27/06/2013
orali: 04-07-2013 alle ore 14.00 presso aula Q

gli studenti interessati a visionare lo scritto sono pregati di presentarsi il giorno dell'orale;

Nuovo ordinamento

		voto	
senza nome	--	19	ammesso
--	CRISTINA	nc	
ARCIERI	MARTINA	10	
BIONDI	FILIBERTO	nc	
BOTTINO	LORELLA	17	ammesso
CALDAROLA	CESARE	23	ammesso
CALDESI	LUCA FRANCESCO	14	
CARVETTA	ANTONIO	17	ammesso
CATRAMBONE	ANGELINA	11	
CELIA MAGNO	MATTIA	13	
CORASANITI	SALVATORE	14	
CORTESE	FILOMENA	17	ammesso
FERRIERI	ANTONIO	18	ammesso
FUNARO	LUIGI	13	
GAMMO	GIULIO	18	ammesso
GIACOBBE	SAHARA	10	
GRAZIANI	ADELE	11	
GUERRISE	MARCO	12	
IACONANTONIO	CRISTINA	17	ammesso
IUELE	ERNESTO	11	
LANCIERI	ANTONELLA	25	ammesso
LUCCHINO	GIAN MARCO	10	
LUMARE	ANGELA MOIRA	nc	
MAMONE	GIUSEPPE	10	
MANNARINO	DANIELE	10	
MANTUANO	ALDO	17	ammesso
MASTROIANNI	ALESSANDRO	17	ammesso
MASTROIANNI	MARIANNA	20	ammesso
MONTUORO	GIOVANNI	nc	
MUSCI	CATERINA	10	
NESCI	FRANCESCA	18	ammesso
OLIVERIO	MARTA	10	
PEDE	STEFANO	17	ammesso
PIPICELLI	ALESSANDRA	11	
PIRRONE	MATTIA	11	
QUATTROMANI	MIRIAM	19	ammesso
RESTUCCIA	MARZIA	20	ammesso
ROMANO	PIERPAOLO	nc	
SERGIO	FRANCESCO	11	
VESCIO	FRANCESCO	15	
VEZIO	VITTORIO	11	

Vecchio ordinamento

DE ROSE	12	
TRAPASSO	16	ammesso

Per gli studenti del N.O.: possono sostenere l'esame di Fisica 2 solo gli studenti che hanno superato l'esame di Fisica 1

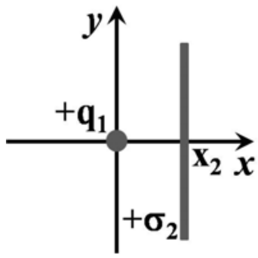
Esame di Fisica 2

Corso Interateneo di Ing. Informatica e Biomedica – 27/06/2013

Problema 1

Una carica puntiforme positiva, pari a $+q_1$, si trova nell'origine degli assi di riferimento. A distanza $x=x_2$ si trova un piano infinito con densità di carica superficiale positiva pari a $+\sigma_2$ (vedi figura). Determinare in quale punto dello spazio una carica di prova, ovvero piccola a sufficienza da non perturbare il campo generato da $+q_1$ e $+\sigma_2$, si trova in equilibrio.

[Esprimere il risultato in funzione dei parametri del problema, $+\sigma_2$, $+q_1$, x_2]



Problema 2

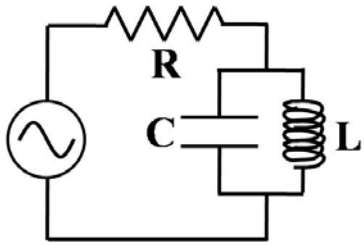
Nel circuito in figura sono noti la resistenza R, l'induttanza L, e la capacità C; si sa inoltre che il generatore di tensione alternata ha un'ampiezza pari a V_0, una pulsazione ω e una fase pari a zero.

1) Si determini l'impedenza complessa totale, Z_{TOT}, del circuito.

2) Si determini la corrente circolante nel circuito, trovando un'espressione per l'ampiezza di corrente I_0 e un'espressione per il $\cos(\phi)$, dove ϕ è la fase della corrente rispetto al generatore di tensione.

3) Si determini la potenza media dissipata nel circuito.

[Si esrpimano tutti i risultati in funzione dei parametri del problema, R, L, C, V_0, ω]



Problema 3

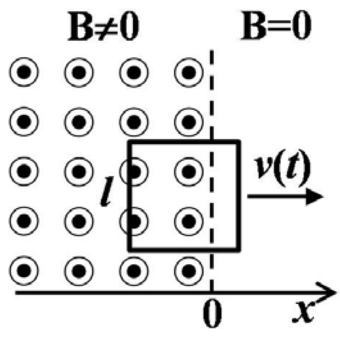
Sia data una spira quadrata di lato l, massa m e resistenza elettrica R, immersa completamente in un campo magnetico di modulo B perpendicolare alla superficie della spira e uscente dal piano del foglio (vedi figura). Il campo magnetico è uniforme nella regione di spazio $x<0$, mentre è nullo per $x>0$. La spira viene lanciata con velocità v_0 parallela all'asse delle x e nella direzione del semiasse positivo delle x, e quindi attraverserà la linea di confine fra le regioni con $B\neq0$ e $B=0$ (linea di confine che è posizionata in $x=0$ in figura). Si trascuri l'azione dell'accelerazione di gravità.

1) Si determini l'espressione della velocità $v(t)$ in funzione del tempo t, con $t=0$ che coincide con l'attimo in cui la spira inizia ad uscire dalla regione con $B\neq0$.

2) Si determini un'espressione per il tempo T impiegato dalla spira ad uscire completamente dalla regione con $B\neq0$, e la velocità iniziale v_0 minima affinché questo accada.

2) Supponendo che l'energia totale dissipata per effetto Joule è pari a ½ dell'energia cinetica iniziale della spira, determinare l'espressione per il tempo T impiegato dalla spira ad uscire completamente dalla regione con $B\neq0$.

[Si esprimano i risultati in funzione dei parametri del problema: l, m, R, B, v_0]



Soluzione problema 1

Una carica di prova q è sottoposta alla seguente forza di Coulmb:

$$F_C = q \cdot E$$

dove E è il campo elettrico presente nella posizione di q. Ne segue che la carica di prova q sarà in equilibrio nella posizione dello spazio in cui E=0. Il campo elettrico E è la somma dei campi elettrici E_1 e E_2 generati rispettivamente dalla carica puntiforme $+q_1$ e dal piano infinito $+\sigma_2$.

Il campo vettoriale $\mathbf{E_1}$ generato dalla carica puntiforme è dato dalla seguente espressione:

$$\mathbf{E_1} = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{q_1}{\mathbf{r}^2}\cdot\hat{r}$$

Si tratta di un campo radiale uscente dalla posizione in cui si trova la carica q_1, ovvero il centro degli assi di riferimento. Il campo vettoriale $\mathbf{E_2}$ generato dal piano infinito che si trova in posizione $x=x_2$ è il seguente:

$$\mathbf{E_2} = \text{sign}(x - x_2)\cdot\frac{\sigma_2}{2\varepsilon_0}\hat{x}$$

Si tratta di un campo parallelo all'asse x e avente il verso negativo delle x per $(x-x_2)<0$, e viceversa il verso positivo delle x per $(x-x_2)>0$. La somma vettoriale di questi due campi deve essere pari a zero:

$$\mathbf{E} = \mathbf{E_1} + \mathbf{E_2} = 0$$

$$\frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{q_1}{\mathbf{r}^2}\cdot\hat{r} + \text{sign}(x - x_2)\cdot\frac{\sigma_2}{2\varepsilon_0}\hat{x} = 0$$

$$\frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{q_1}{\mathbf{r}^2}\cdot\hat{r} = -\text{sign}(x - x_2)\cdot\frac{\sigma_2}{2\varepsilon_0}\hat{x}$$

Dall'ultima espressione scritta si vede che il campo vettoriale $\mathbf{E}$ sarà uguale a zero solo quando il versore r sarà diretto lungo l'asse delle x (cioè uguale al versore x). Questo significa che il punto dello spazio cercato deve giacere sull'asse delle x:

$$\frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{q_1}{x^2}\cdot\text{sign}(x)\hat{x} = \frac{\sigma_2}{2\varepsilon_0}\text{sign}(x_2 - x)\hat{x}$$

Inoltre sign(x)=sign(x_2-x) solo per $0 \le x \le x_2$, per cui il punto cercato giace sull'asse delle x e deve essere compreso nell'intervallo appena riportato. Si noti che solo in questa regione dell'asse x i campi vettoriali $\mathbf{E_1}$ e $\mathbf{E_2}$ sono opposti fra loro e possono quindi annullarsi; al di fuori di questa regione, invece, i due campi sono concordi fra loro e il campo totale $\mathbf{E}$ non può mai essere zero. In queste condizioni l'ultima espressione si riduce a:

$$\frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{q_1}{x^2} = \frac{\sigma_2}{2\varepsilon_0}$$

$$\frac{1}{2\pi}\frac{q_1}{x^2} = \sigma_2$$

$$x = \sqrt{\frac{q_1}{2\pi\sigma_2}} \le x_2$$

La soluzione trovata ha senso solo se $x \le x_2$. Se questo non è vero, non esiste alcun punto in cui la carica di prova sarà in equilibrio.

Soluzione problema 2

Punto 1): nel circuito in figura abbiamo la resistenza R che è in serie con il parallelo fra capacità C e induttanza L. Calcoliamo prima di tutto l'impedenza Z_P del parallelo:

$$\frac{1}{Z_P} = \frac{1}{Z_L} + \frac{1}{Z_C} = \frac{1}{j\omega L} - \frac{\omega C}{j} = \frac{1}{j}\left(\frac{1}{\omega L} - \omega C\right)$$

$$\frac{1}{Z_P} = \frac{1}{j}\left(\frac{1-\omega^2 LC}{\omega L}\right)$$

$$Z_P = \frac{j\omega L}{1-\omega^2 LC}$$

L'impedenza totale del circuito è la somma dell'impedenza di R con Z_P:

$$Z_{TOT} = Z_R + Z_P = R + j\left(\frac{\omega L}{1-\omega^2 LC}\right)$$

Ne segue che in notazione polare abbiamo i seguenti valori di Z_0 e $\cos\varphi$ ($Z_{TOT}=Z_0 e^{j\varphi}$):

$$Z_0 = \sqrt{R^2 + \frac{\omega^2 L^2}{(1-\omega^2 LC)^2}}$$

$$\cos\varphi = \frac{\mathrm{Re}(Z_{TOT})}{Z_0} = \frac{R}{\sqrt{R^2 + \frac{\omega^2 L^2}{(1-\omega^2 LC)^2}}}$$

Punto 2): dato il fasore della tensione $\underline{V}=V_0 e^{j\omega t}$ e quello della corrente $\underline{I}=I_0 e^{j(\omega t+\phi)}$, possiamo scrivere una relazione simile alla legge di Ohm utilizzando l'impedenza complessa totale del circuito, $Z_{TOT}=Z_0 e^{j\varphi}$:

$$V_0 \exp(j\omega t) = Z_0 \exp(j\varphi) \cdot I_0 \exp(j\omega t + j\phi)$$

$$V_0 = Z_0 I_0 \exp(j\varphi)\exp(j\phi)$$

Dall'ultima espressione seguono i seguenti valori di I_0 e ϕ (e quindi di $\cos\phi$):

$$I_0 = \frac{V_0}{Z_0} = \frac{V_0}{\sqrt{R^2 + \frac{\omega^2 L^2}{(1-\omega^2 LC)^2}}}$$

$$\phi = -\varphi \rightarrow \cos\phi = \cos(-\varphi) = \cos\varphi$$

$$\cos\phi = \frac{R}{\sqrt{R^2 + \frac{\omega^2 L^2}{(1-\omega^2 LC)^2}}}$$

Punto 3): la potenza P dissipata in media nel circuito è data dalla seguente formula:

$$P = V_{eff} I_{eff} \cos\phi$$

dove V_{eff} e I_{eff} sono i valori efficaci di tensione e corrente. Sostituendo i valori trovati negli altri punti si ottiene:

$$P = V_{eff} I_{eff} \cos\phi = \frac{V_0}{\sqrt{2}} \frac{I_0}{\sqrt{2}} \cos\phi$$

$$P = \frac{1}{2} \frac{V_0^2 R}{\left[R^2 + \frac{\omega^2 L^2}{(1-\omega^2 LC)^2}\right]}$$

Soluzione problema 3

Punto 1): ad un generico istante t dopo che la spira è iniziata ad uscire dal campo magnetico B e prima che sia completamente uscita, si ha lungo il lato orizzontale l della spira che una porzione di lato è fuori dal campo magnetico, e la indichiamo con x, mentre la restante porzione, l-x, è all'interno del campo magnetico. Ovviamente x dipende dal tempo t. Ne consegue che il flusso $\Phi(B)$ del campo magnetico attraverso la spira dipende dal tempo t ed è dato da:

$$\Phi(B) = Bl(l - x)$$

Si avrà allora una forza elettromotrice indotta, f_i, data dalla legge di Faraday:

$$f_i = \left| -\frac{d\Phi(B)}{dt} \right| = Bl\,\frac{dx}{dt} = Blv$$

dove v è la velocità istantanea della spira. Nota la resistenza elettrica R della spira, si ha allora una corrente I che gira in senso antiorario (in figura) all'interno della spira, data da:

$$I = \frac{f_i}{R} = \frac{Blv}{R}$$

A causa di questa corrente I che circola nella spira, si ha sui tre lati della spira ancora immersi nel campo magnetico B un'azione meccanica del tipo $\mathbf{F_M}=I\mathbf{l}\times\mathbf{B}$. Sui lati orizzontali questa forza sarà uguale in modulo ed opposta in verso, per cui la loro azione si annulla. Rimane solo la forza $\mathbf{F_M}$ sul lato verticale della spira; la direzione e verso della $\mathbf{F_M}$ sono date dal prodotto vettoriale $I\mathbf{l}\times\mathbf{B}$, il cui risultato è un vettore parallelo all'asse x e diretto verso il semiasse negativo delle x (si tratta di una forza che quindi si oppone alla velocità v della spira). Dato che $\mathbf{l}$ e $\mathbf{B}$ sono fra loro perpendicolari, il modulo F_M è dato da:

$$F_M = \left| I\mathbf{l} \times \mathbf{B} \right| = IlB = \frac{B^2 l^2 v}{R}$$

Questa è l'unica forza che agisce sulla spira, per cui il II principio della dinamica si scrive:

$$ma = -F_M$$

$$m\frac{dv}{dt} = -\frac{B^2 l^2}{R} v$$

$$\frac{dv}{dt} = -\frac{B^2 l^2}{mR} v$$

Bisogna ora integrare l'ultima equazione scritta fra l'istante iniziale t=0 in cui la spira ha velocità v_0 e l'istante generico t in cui la spira ha velocità istantanea v:

$$\frac{dv}{dt} = -\frac{B^2 l^2}{mR} v$$

$$\int_{v0}^{v} \frac{dv}{v} = -\frac{B^2 l^2}{mR} \int_0^t dt$$

$$\ln\left(\frac{v}{v_0}\right) = -\frac{B^2 l^2}{mR} t$$

$$v(t) = v_0 \exp\left(-\frac{B^2 l^2}{mR} t\right) = v_0 \exp(-bt)$$

dove si è posto $b=B^2l^2/mR$.

Punto 2): il tempo T impiegato dalla spira ad uscire completamente dalla regione con campo magnetico $B\neq 0$ è pari al tempo impiegato a percorrere una distanza x=l. Bisogna allora trovare un'espressione per la distanza x percorsa dalla spira. Del tutto in generale valgono le seguenti relazioni:

$$dx = vdt$$

$$x = \int_0^x dx = \int_0^t vdt$$

Sostituendo l'espressione trovata al punto 1), si ha che:

$$x(t) = \int_0^t v_0 \exp(-bt)dt$$

$$x(t) = \frac{v_0}{-b}\left[\exp(-bt)\right]_0^t$$

$$x(t) = \frac{v_0}{b}\left[1 - \exp(-bt)\right]$$

Imponendo che la distanza $x(t)$ percorsa sia pari al lato l della spira, si ottiene il tempo T impiegato ad uscire dal campo magnetico B:

$$l = \frac{v_0}{b}\left[1 - \exp(-bt)\right]$$

$$\exp(-bt) = 1 - \frac{bl}{v_0}$$

$$t = -\frac{1}{b}\ln\left(1 - \frac{bl}{v_0}\right)$$

$$T = -\frac{1}{b}\ln\left(\frac{v_0 - bl}{v_0}\right) = \frac{1}{b}\ln\left(\frac{v_0}{v_0 - bl}\right)$$

$$T = \frac{1}{b}\ln\left(\frac{v_0}{v_0 - bl}\right) = \frac{mR}{B^2 l^2}\ln\left(\frac{v_0}{v_0 - B^2 l^3 / mR}\right)$$

Dall'ultima espressione si vede come all'aumentare della velocità iniziale v_0 diminuisce il tempo impiegato ad uscire dal campo magnetico B. Al contrario, la velocità v_0 minima per la quale la spira riesce ad uscire dal campo magnetico è quella per cui $T \to \infty$. Questo accade quando il denominatore dell'argomento del ln diventa pari a zero:

$$v_0 - \frac{B^2 l^3}{mR} = 0$$

$$v_0 = \frac{B^2 l^3}{mR}$$

Punto 3): L'energia cinetica iniziale della spira, K_i, è pari a:

$$K_i = \frac{1}{2} m v_0^2$$

L'energia dissipata per effetto Joule, W_J, viene sottratta all'energia cinetica della spira. Per cui, se all'istante generico t la spira possiede velocità $v(t)=v_0 \cdot \exp(-bt)$ (espressione trovata al punto 1) e di conseguenza energia cinetica $K(t)=(½)mv^2(t)$, l'energia W_J dissipata per effetto Joule sarà pari a:

$$W_J = K_i - K(t) = \frac{1}{2} m v_0^2 - \frac{1}{2} m v_0^2 \exp(-2bt)$$

$$W_J = \frac{1}{2} m v_0^2 \left[1 - \exp(-2bt)\right]$$

Imponendo che l'energia W_J sia pari a ½ di K_i si ottiene il tempo T impiegato dalla spira ad uscire completamente dalla regione con $B \neq 0$:

$$W_J = \frac{1}{2} K_i = \frac{1}{4} m v_0^2$$

$$\frac{1}{2} m v_0^2 \left[1 - \exp(-2bT)\right] = \frac{1}{4} m v_0^2$$

$$1 - \exp(-2bT) = \frac{1}{2}$$

$$-2bT = \ln \frac{1}{2}$$

$$T = \frac{\ln 2}{2b} = \frac{(\ln 2)}{2} \frac{mR}{B^2 l^2}$$