Risultati esame scritto Fisica 1 - 03/09/2013
orali: 10/09/2013 alle ore 14:00 presso aula M

(gli studenti interessati a visionare lo scritto sono pregati di presentarsi il giorno dell'orale)

Nuovo Ordinamento

		voto	
BARONE	ROBERTO	13	
COVANI	DEMETRIO	nc	
MARTINIS	MARIA CHIARA	10	
NOCITA	FEDERICA	nc	
PUTRONE	MICHELE	17	ammesso
SCARPINO	ILEANA	12	
VALLELUNGA	ROSARINA	nc	
VATRANO	ANTONIO	nc	

Esame di Fisica 1

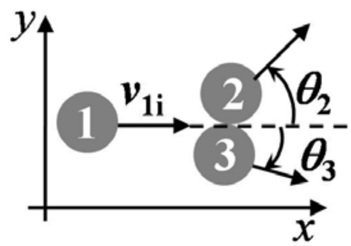
Corso Interateneo di Ing. Informatica e Biomedica – 03/09/2013

Problema 1

Siano date n moli di gas che compiono una trasformazione isoterma reversibile dallo stato 1 con pressione p_1=1.0·10^{5}Pa allo stato 2 con pressione p_2=0.25·10^{5}Pa. Sapendo che la variazione di entropia del gas è pari a ΔS=23.04J/K, determinare il numero n di moli del gas. Qual è la variazione di entropia dell'ambiente esterno al gas? Se invece di compiere una trasformazione isoterma, il gas compie una trasformazione adiabatica reversibile fra la pressione p_1 e p_2, qual è la variazione di entropia del gas?
[La costante dei gas perfetti è R=8.31J/K·mol]

Problema 2

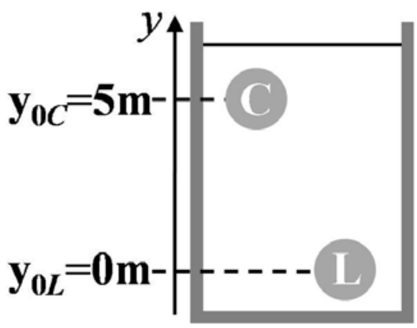
Su un piano orizzontale possono muoversi senza attrito 3 dischi di massa rispettivamente pari a $m_1=m$, $m_2=m$, $m_3=2m$ e di raggio trascurabile (si possono considerare masse puntiformi ai fini del problema). Inizialmente il disco 2 e il disco 3 sono in quiete, mentre il disco 1 possiede velocità iniziale v_{1i} diretta lungo l'asse positivo delle x. Il disco 1 urta simultaneamente il disco 2 e il disco 3, che iniziano a muoversi formando gli angoli θ_2 e θ_3 rispetto all'asse delle x (vedi figura), mentre il disco 1 dopo l'urto ha ancora velocità diretta solo lungo l'asse x.



1) Calcolare la componente x e la componente y della velocità del centro di massa (v_{CMx}, v_{CMy}) dopo l'urto, esprimendo il risultato in funzione di v_{1i}.
2) Supponendo che dopo l'urto la velocità (in modulo) del disco 2 sia pari a $v_{2f}=2v$ e quella del disco 3 sia $v_{3f}=v$, determinare che relazione deve sussistere fra gli angoli θ_2 e θ_3 (giustificare la risposta).
3) Nel caso del punto 2) si supponga che $\theta_2=\pi/3$; determinare per quale valore di v si ha un urto elastico, esprimendo il risultato in funzione di v_{1i}.

Problema 3

All'interno di una vasca d'acqua (densità dell'acqua ρ_{H2O}=1000Kg/m^3) siano date due sfere di uguale volume completamente immerse. La prima sfera è di legno (densità del legno ρ_L=750Kg/m^3) e si trova inizialmente ad una profondità maggiore della seconda sfera, che è di cemento (densità del cemento ρ_C=3000Kg/m^3). La posizione iniziale della sfera di legno (L) coincide con l'origine dell'asse y verticale (diretto verso l'alto), mentre la posizione iniziale della sfera di cemento (C) si trova più in alto e coincide con y_{0C}=5.0m (vedi figura). Da queste posizioni le due sfere iniziano a muoversi verticalmente sotto l'azione della forza peso e della spinta di Archimede, con velocità iniziali nulle, e dopo un certo intervallo di tempo si trovano alla stessa profondità Y.
1) Trascurando qualsiasi forma di attrito e di viscosità, si determini qual è il valore di tale profondità Y.
2) Si supponga che sia presente una forza viscosa del tipo $F_V=-b\cdot v$, dove b è un coefficiente di viscosità e v è la velocità del corpo immerso. Nell'ipotesi che entrambe le sfere raggiungano immediatamente la loro velocità limite (ovvero $b \gg m_L, m_C$ dove m_L e m_C sono le masse delle due sfere), si determini nuovamente la profondità Y di cui sopra.
3) Nel caso del punto 2), si determini che densità deve avere il cemento affinchè $Y=0.5\cdot y_{0C}$.
[Si ricordi che la velocità limite è la velocità che possiede un corpo all'interno di un mezzo viscoso quando la sua accelerazione diventa nulla]



Soluzione problema 1

Per il primo principio della termodinamica, $\Delta U=\Delta Q-\Delta W$, dove ΔU è la varizione di energia interna, ΔQ è il calore scambiato con l'esterno e ΔW è il lavoro svolto. In una trasformazione isoterma $\Delta U=0$, da cui segue che $\Delta W=\Delta Q$. Il lavoro ΔW svolto durante una trasformazione isoterma è dato da:

$$\Delta W = \int p dV = \int nRT \frac{dV}{V} = nRT \int \frac{dV}{V} = nRT \ln\left(\frac{V_2}{V_1}\right)$$

In una trasformazione isoterma si ha inoltre che:

$$p_1 V_1 = p_2 V_2 \rightarrow \frac{V_2}{V_1} = \frac{p_1}{p_2}$$

Sostituendo nell'espressione precedente si ottiene e tenendo presente che $\Delta Q=\Delta W$ si ottiene che:

$$\Delta Q = nRT \ln\left(\frac{p_1}{p_2}\right)$$

La variazione di entropia ΔS è data da:

$$\Delta S = \frac{\Delta Q}{T} = nR \ln\left(\frac{p_1}{p_2}\right)$$

da cui segue che il numero di moli è:

$$n = \frac{\Delta S}{R \ln(p_1 / p_2)} \approx 2$$

Per una trasformazione reversibile si ha che la variazione di entropia dell'universo è pari a $\Delta S_{Univ}=0$. Ne segue che la variazione di entropia dell'ambiente esterno, ΔS_{ext}, deve essere opposta alla variazione di entropia del gas, per cui $\Delta S_{ext}=$ –23.04J/K.

Nel caso in cui il gas compia una trsformazione adiabatica reversibile si ha che $dQ=0$ (per definizione di trasformazione adiabatica), da cui segue che:

$$\Delta S = \int \frac{dQ}{T} = 0$$

Soluzione problema 2

Punto 1): In assenza di forze esterne, in un processo d'urto (sia elastico che anelastico) si ha la conservazione della quantità di moto del sistema. La quantità di moto totale **P** è data da:

$$\mathbf{P} = M\mathbf{v_{CM}} = (m_1 + m_2 + m_3)\mathbf{v_{CM}}$$

Dalla conservazione di **P**, dato che (m_1+ m_2+ m_3) è costante, segue la conservazione della velocità del centro di massa $\mathbf{v_{CM}}$. La velocità del centro di massa, $\mathbf{v_{CM}}$, è data per definizione da:

$$\mathbf{v_{CM}} = \frac{m_1\mathbf{v_1} + m_2\mathbf{v_2} + m_3\mathbf{v_3}}{m_1 + m_2 + m_3}$$

Poiché essa si conserva, le componenti *x* e *y* di $\mathbf{v_{CM}}$ dopo l'urto sono identiche a quelle di $\mathbf{v_{CM}}$ prima dell'urto. Prima dell'urto è in moto solo la massa m_1 con velocità lungo l'asse *x*. Pertanto $\mathbf{v_{CM}}$ ha componente solo lungo l'asse *x* mentre è nullo lungo l'asse *y*. Dalla definizione di $\mathbf{v_{CM}}$ segue che:

$$\begin{cases} v_{CMx} = \dfrac{m_1 v_{1i}}{m_1 + m_2 + m_3} = \dfrac{1}{4} v_{1i} \\ v_{CMy} = 0 \end{cases}$$

Punto 2): Dato che si ha conservazione della quantità di moto lungo l'asse y e che la quantità di moto iniziale lungo y è pari a zero, imponiamo che la quantità di moto finale lungo y sia nulla:

$$0 = m_2 v_{2f} \sin\theta_2 - m_3 v_{3f} \sin\theta_3$$
$$0 = m \cdot 2v \sin\theta_2 - 2m \cdot v \sin\theta_3$$
$$m \cdot 2v \sin\theta_2 = 2m \cdot v \sin\theta_3$$
$$\sin\theta_2 = \sin\theta_3$$

Quindi nelle condizioni del punto 2) si ha che gli angoli di uscita dopo l'urto sono identici fra loro.

Punto 3): Affinché l'urto sia elastico deve conservarsi non solo la quantità di moto, ma anche l'energia cinetica:

$$\frac{1}{2} m_1 v_{1i}^2 = \frac{1}{2} m_1 v_{1f}^2 + \frac{1}{2} m_2 v_{2f}^2 + \frac{1}{2} m_3 v_{3f}^2$$
$$\frac{1}{2} m v_{1i}^2 = \frac{1}{2} m v_{1f}^2 + \frac{1}{2} m (2v)^2 + \frac{1}{2} 2mv^2$$
$$v_{1i}^2 = v_{1f}^2 + 4v^2 + 2v^2$$

Nell'ultima espressione scritta bisogna trovare v_{1f} per poter determinare v in funzione di v_{1i}. A tal fine sfruttiamo la conservazione della quantità di moto lungo x e il fatto che nelle condizioni del punto 2) si ha $\theta_2 = \theta_3$:

$$m_1 v_{1i} = m_1 v_{1f} + m_2 v_{2f} \cos\theta_2 + m_3 v_{3f} \cos\theta_3$$
$$m v_{1i} = m v_{1f} + m \cdot 2v \cos\left(\frac{\pi}{3}\right) + 2m \cdot v \cos\left(\frac{\pi}{3}\right)$$
$$m v_{1i} = m v_{1f} + 2mv$$
$$v_{1f} = v_{1i} - 2v$$

Sostituendo quest'ultima espressione nella precedente, si ottiene che:

$$v_{1i}^2 = (v_{1i} - 2v)^2 + 4v^2 + 2v^2$$
$$v_{1i}^2 = v_{1i}^2 + 4v^2 - 4v v_{1i} + 4v^2 + 2v^2$$
$$0 = 10v^2 - 4v v_{1i}$$
$$v = \frac{2}{5} v_{1i}$$

Soluzione problema 3

Punto 1): Le due sfere si muovono sotto l'azione della spinta di Archimede, F_A, e della forza peso, F_P, in assenza di forze viscose. Per quanto riguarda la sfera di legno, detto V il volume della sfera, si avrà la forza di Archimede diretta verso l'alto e la forza peso diretta verso il basso:

$$F_A = +\rho_{H2O} V g$$
$$F_P = -\rho_L V g$$
$$F_L = (\rho_{H2O} - \rho_L) V g$$

dove F_L è la forza totale agente sulla sfera di legno, che per il II principio della dinamica è pari a $F_L = \rho_L V a_L$ con a_L accelerazione della sfera di legno. Ne segue che:

$$F_L = (\rho_{H2O} - \rho_L) V g = \rho_L V a_L$$

$$a_L = \frac{\rho_{H2O} - \rho_L}{\rho_L} g \approx 3.27 \text{m/s}^2$$

Si noti che l'accelerazione a_L della sfera di legno risulta positiva e diretta verso l'alto.

Delle relazioni analoghe valgono per la sfera di cemento, e si giunge quindi ad un risultato simile:

$$F_C = (\rho_{H2O} - \rho_C) V g = \rho_C V a_C$$

$$a_C = \frac{\rho_{H2O} - \rho_C}{\rho_C} g \approx -6.53 \text{m/s}^2$$

In questo caso invece l'accelerazione è negativa e diretta quindi verso il basso.

Le due accelerazioni trovate sono costanti e quindi le due sfere si muovono di moto uniformemente accelerato. Scrivendo le leggi orarie che esprimono la posizione y delle due sfere in funzione del tempo e imponendo che la profondità y sia uguale per entrambe si ottiene che:

$$\begin{cases} y_L = \frac{1}{2} a_L t^2 \\ y_C = y_{0C} + \frac{1}{2} a_C t^2 \end{cases}$$

$$y_L = y_C \rightarrow \frac{1}{2} a_L t^2 = y_{0C} + \frac{1}{2} a_C t^2$$

$$\frac{1}{2} (a_L - a_C) t^2 = y_{0C}$$

$$t = \sqrt{\frac{2 y_{0C}}{(a_L - a_C)}} \approx 1.01 \text{s}$$

Questo risultato è il tempo impiegato dalle due sfere a raggiungere la stessa profondità Y. Per trovare il valore di Y basta sostituire il valore di t appena trovato in una delle due equazioni orarie:

$$Y = \frac{1}{2} a_L t^2 \approx 1.67 \text{m}$$

Punto 2): In presenza di una forza viscosa $F_V = -b \cdot v$ che si oppone al moto delle due sfere, il II principio della dinamica per le due sfere si scrive come:

$$F_L = (\rho_{H2O} - \rho_L) V g - b v_L = \rho_L V a_L$$
$$F_C = (\rho_{H2O} - \rho_C) V g - b v_C = \rho_C V a_C$$

Il problema ci dice che si raggiunge immediatamente la velocità limite, ovvero la velocità di regime che si ha quando l'accelerazione è nulla. Imponendo allora $a_L = a_C = 0$, si ottengono le velocità limite rispettivamente per la sfera di legno e quella di cemento:

$$\begin{cases}(\rho_{H2O}-\rho_L)Vg-bv_L=0\\(\rho_{H2O}-\rho_C)Vg-bv_C=0\end{cases}$$

$$\begin{cases}v_L=(\rho_{H2O}-\rho_L)\dfrac{V}{b}g\\[2ex]v_C=(\rho_{H2O}-\rho_C)\dfrac{V}{b}g\end{cases}$$

Le due velocità trovate sono costanti e pertanto le due sfere si muovono di moto rettilineo uniforme. Scrivendo le leggi orarie per tale moto e imponendo che la posizione *y* sia la stessa per entrambe le sfere, si trova che:

$$\begin{cases}y_L=v_Lt\\y_C=y_{0C}+v_Ct\end{cases}$$

$$y_L=y_C\rightarrow v_Lt=y_{0C}+v_Ct$$

$$(v_L-v_C)t=y_{0C}$$

$$t=\frac{y_{0C}}{v_L-v_C}=\frac{y_{0C}}{(\rho_C-\rho_L)g}\frac{b}{V}$$

Quest'ultima è l'espressione dell'istante *t* per il quale le due sfere hanno la stessa profondità *Y*. Per determinare il valore di *Y* basta sostituire in una delle leggi orarie l'espressione di *t* appena determinata:

$$Y=v_Lt$$

$$Y=(\rho_{H2O}-\rho_L)\frac{V}{b}g\cdot\frac{y_{0C}}{(\rho_C-\rho_L)g}\frac{b}{V}$$

$$Y=\frac{(\rho_{H2O}-\rho_L)}{(\rho_C-\rho_L)}y_{0C}\approx 0.55\text{m}$$

Punto 3): Nell'ultima espressione trovata imponiamo Y=0.5y_{0C}:

$$Y=\frac{(\rho_{H2O}-\rho_L)}{(\rho_C-\rho_L)}y_{0C}$$

$$0.5y_{0C}=\frac{(\rho_{H2O}-\rho_L)}{(\rho_C-\rho_L)}y_{0C}$$

$$0.5\rho_C=(\rho_{H2O}-\rho_L)+0.5\rho_L$$

$$\rho_C=2(\rho_{H2O}-\rho_L)+\rho_L=1250\text{kg/m}^3$$