

**Risultati esame scritto Fisica 1 - 20/09/2013**  
**orali: 26/09/2013 alle ore 10:00 presso aula P**

**(gli studenti interessati a visionare lo scritto sono pregati di presentarsi il giorno dell'orale)**

**Nuovo Ordinamento**

		voto	
AIELLO	ANTONELLA	10	
BARONE	ROBERTO	21	ammesso
BIANCO	FRANCESCA	10	
CANINO	MARIA	15	
CARBONE	PASQUALE CARMINE	nc	
CONDEMI	GIUSEPPE ALESSIO	12	
COVANI	DEMETRIO	13	
DOLCE	FABIOLA	nc	
GIGANTE	ANTONIETTA	nc	
GIUNTA	ANDREA	21	ammesso
MANNELLA	MATTIA	17	ammesso
MARINO (112892)	FRANCESCA	nc	
MARINO (109813)	FRANCESCA	12	
MARTINIS	MARIA CHIARA	15	
METE	PAOLA	13	
MINIACI	FRANCESCO	10	
NICOLETTI	ROSSELLA	18	ammesso
NOCITA	FEDERICA	nc	
OLIVA	GIUSEPPE	13	
PERSIA	ALESSIA	10	
PITITTO	MIRIANA	11	
PUGLIESE	FILOMENA	13	
QUATTROMANI	MIRIAM	13	
RUSSO	ERICA	nc	
SCARPINO	ILEANA	14	
SCICCHITANO	FRANCESCO	15	
SCUMACI	CRISTINA	19	ammesso
SCUMACI	FRANCESCO	nc	
SERGI	CARLA	12	
SOLLAZZO	AMALIA	nc	
SPAGNOLO	EMANUELE	11	
SPAGNUOLO	SIMONE	13	
VALLELUNGA	ROSARINA	10	
VATRANO	ANTONIO	17	ammesso

# Esame di Fisica 1

Corso Interateneo di Ing. Informatica e Biomedica – 20/09/2013

## Problema 1

Si consideri un recipiente cilindrico contenente  $n=5$  moli di gas ideale chiuso da un pistone che può scorrere senza attrito. Il gas all'interno del cilindro compie una trasformazione isoterma ad una temperatura  $T=600\text{K}$  e l'altezza del pistone nel cilindro varia da  $x_1=0.10\text{m}$  a  $x_2=0.20\text{m}$ . Si determini il calore  $\Delta Q$  scambiato dal gas con l'esterno.

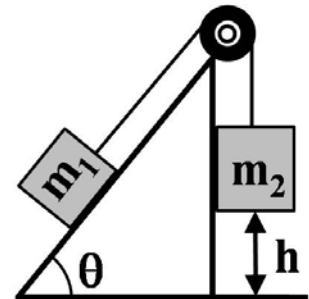
[La costante dei gas perfetti è  $R=8.31\text{J/K}\cdot\text{mol}$ ]

## Problema 2

Sia dato un piano inclinato che forma un angolo  $\theta=30^\circ$  con l'orizzontale e alla cui sommità è presente una carrucola di massa trascurabile. Sul piano inclinato si trova una massa  $m_1=2.0\text{kg}$  che può muoversi sul piano senza attrito. La massa  $m_1$  è legata tramite una fune inestensibile di massa trascurabile e tramite la carrucola ad una massa  $m_2=4.0\text{kg}$  sospesa al di là del piano inclinato, lungo la verticale (come in figura). Anche la massa  $m_2$  può muoversi senza alcuna forma di attrito. Inizialmente il sistema è mantenuto in quiete, e ad un certo istante viene lasciato libero di muoversi sotto l'azione della gravità.

1) Determinare l'accelerazione  $a$  del sistema e la tensione  $T$  della fune subito dopo che il sistema inizia a muoversi.

2) Dopo un tratto verticale  $h=2.0\text{m}$  verso il basso, la massa  $m_2$  tocca il suolo e si arresta, mentre la massa  $m_1$  continua ancora a muoversi per un certo intervallo di tempo. Determinare lo spazio totale,  $l_{TOT}$ , percorso dalla massa  $m_1$  lungo il piano inclinato, dal momento in cui inizia a muoversi al momento in cui raggiunge la massima quota.



## Problema 3

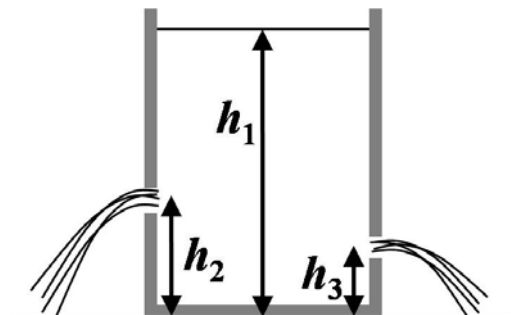
Un serbatoio cilindrico di sezione  $S_1=1.00\text{m}^2$  è aperto in cima ed è pieno di liquido ignoto. Esso è poggiato su una superficie orizzontale priva di attrito e il livello del liquido nel serbatoio è pari a  $h_1=5.00\text{m}$ . Il serbatoio presenta due fori diametralmente opposti, entrambi di sezione  $S_2=0.01\text{m}^2$ , ma ad altezze diverse, rispettivamente  $h_2=1.00\text{m}$  e  $h_3=0.25\text{m}$ . Entrambi i fori sono inizialmente chiusi da rubinetti. All'istante  $t_0=0\text{s}$  viene aperto il rubinetto che si trova ad altezza  $h_2$  e dopo un intervallo di tempo pari a  $\Delta t_1=0.50\text{s}$  viene aperto anche l'altro rubinetto ad altezza  $h_3$  (diametralmente opposto al precedente). Supponendo trascurabile la velocità con cui si abbassa il livello del liquido all'interno del serbatoio, si calcoli:

1) l'accelerazione del serbatoio nell'intervallo di tempo  $\Delta t_1$

2) l'accelerazione del serbatoio dopo l'intervallo di tempo  $\Delta t_1$

3) lo spazio totale,  $\Delta x_{TOT}$ , percorso dal serbatoio prima di invertire il verso del proprio moto.

[Si tenga presente che la fuoriuscita di liquido da un foro causa una spinta sul serbatoio dovuta alla quantità di moto del liquido che esce:  $\Delta p=(\Delta m_L)\cdot v_L$ , dove  $\Delta m_L$  è la massa di liquido che fuoriesce in un generico intervallo di tempo  $\Delta t$  e  $v_L$  è la velocità con cui esso fuoriesce].



### Soluzione problema 1

Per il primo principio della termodinamica,  $\Delta U = \Delta Q - \Delta W$ , dove  $\Delta U$  è la variazione di energia interna,  $\Delta Q$  è il calore scambiato con l'esterno e  $\Delta W$  è il lavoro svolto. In una trasformazione isoterma  $\Delta U = 0$ , da cui segue che  $\Delta W = \Delta Q$ . Il lavoro  $\Delta W$  svolto durante una trasformazione isoterma è dato da:

$$\Delta W = \int p dV = \int nRT \frac{dV}{V} = nRT \int \frac{dV}{V} = nRT \ln \left( \frac{V_2}{V_1} \right)$$

Il volume  $V$  del cilindro contenente il gas è dato da  $V = A \cdot x$  dove  $A$  è la sezione del cilindro e  $x$  l'altezza del pistone. Si hanno allora  $V_1 = A \cdot x_1$  e  $V_2 = A \cdot x_2$  da cui segue che:

$$\Delta W = nRT \ln \left( \frac{V_2}{V_1} \right) = nRT \ln \left( \frac{Ax_2}{Ax_1} \right) = nRT \ln \left( \frac{x_2}{x_1} \right) \approx 17280 \text{ J}$$

Pertanto il calore scambiato con l'esterno è dato da:

$$\Delta Q = \Delta W \approx 17280 \text{ J}$$

### Soluzione problema 2

Punto 1): Non appena il sistema viene lasciato libero di muoversi, sulla massa  $m_1$  agiscono la forza peso  $P = m_1 g$  verticale verso il basso, la tensione  $T$  della fune parallela al piano inclinato e verso l'alto, la reazione vincolare  $R$  del piano inclinato, perpendicolare a quest'ultimo e diretta verso l'alto. Scegliendo come sistema di riferimento per la massa  $m_1$  l'asse  $x$  parallelo al piano inclinato (e positivo verso l'alto) e l'asse  $y$  perpendicolare al piano inclinato (positivo verso l'alto), il II principio della dinamica nelle componenti  $x$  e  $y$  si scrive come:

$$\begin{cases} m_1 a_x = T - m_1 g \sin(\theta) \\ m_1 a_y = R - m_1 g \cos(\theta) \end{cases}$$
$$\begin{cases} m_1 a = T - m_1 g \sin(\theta) \\ R = m_1 g \cos(\theta) \end{cases}$$

dove nell'ultimo passaggio si è imposto l'accelerazione  $a_x$  lungo il piano inclinato pari all'accelerazione  $a$  con cui si muove la massa  $m_1$ , e l'accelerazione  $a_y$  pari a zero (il moto avviene parallelamente al piano inclinato).

Per la massa  $m_2$  abbiamo la forza peso verticale  $P = m_2 g$  verso il basso e la tensione della fune  $T$  diretta verso l'alto. Il moto avviene lungo l'asse verticale e scegliendo come verso positivo quello diretto verso il basso (in modo che l'accelerazione  $a$  sia la stessa in entrambi i sistemi di riferimento), si ottiene la seguente espressione dal II principio della dinamica:

$$m_2 a = m_2 g - T$$

Combinando le due equazioni scritte finora in cui sono presenti accelerazione  $a$  e tensione  $T$ , si ottiene il seguente sistema:

$$\begin{cases} m_1 a = T - m_1 g \sin(\theta) \\ m_2 a = m_2 g - T \end{cases}$$

Risolvendo il sistema (ad esempio sommando membro a membro e sostituendo poi l'accelerazione  $a$  trovata in una delle due equazioni per trovare  $T$ ) si ottiene che:

$$\begin{cases} a = \frac{m_2 g - m_1 g \sin(\theta)}{m_1 + m_2} \approx 4.91 \text{ m/s}^2 \\ T = \frac{m_1 m_2}{m_1 + m_2} g [1 + \sin(\theta)] \approx 19.6 \text{ N} \end{cases}$$

Punto 2): Dividiamo il moto della massa  $m_1$  in due parti: dall'inizio del moto fino a quando la massa  $m_2$  tocca il suolo, e dall'istante in cui la massa  $m_2$  tocca il suolo fino a quando la massa  $m_1$  si ferma. In entrambe queste parti del moto applichiamo la conservazione dell'energia meccanica. Nella prima parte del moto, le due masse si muovono con la stessa accelerazione (la fune è tesa) e avranno quindi anche la stessa velocità. La massa  $m_2$  arriva al suolo con una certa velocità  $v$ , che sarà la stessa velocità posseduta dalla massa  $m_1$  sul piano inclinato in quell'istante. Dato che le due masse partivano dallo stato di quiete, la variazione di energia cinetica  $\Delta K$  in questa parte del moto è pari a:

$$\Delta K = \frac{1}{2} m_1 v^2 + \frac{1}{2} m_2 v^2$$

La variazione di energia potenziale  $\Delta U$  è invece:

$$\Delta U = -m_2 gh + m_1 gh \sin(\theta)$$

dove si è tenuto conto del fatto che la massa  $m_2$  scende di un tratto  $h$ , e corrispondentemente la massa  $m_1$  ha una variazione di quota pari a  $h \cdot \sin(\theta)$  (mentre lo spazio percorso lungo il piano inclinato è pari a  $h$ ). La conservazione dell'energia impone che  $\Delta K + \Delta U = 0$ , da cui segue che:

$$\Delta K + \Delta U = 0$$

$$\frac{1}{2} m_1 v^2 + \frac{1}{2} m_2 v^2 = m_2 gh - m_1 gh \sin(\theta)$$

$$\frac{1}{2} (m_1 + m_2) v^2 = gh [m_2 - m_1 \sin(\theta)]$$

$$v^2 = \frac{2gh [m_2 - m_1 \sin(\theta)]}{m_1 + m_2}$$

Da questo istante in poi la massa  $m_2$  è ferma sul suolo, la fune non è più tesa, e la massa  $m_1$ , che possiede ora velocità  $v$ , continua a salire lungo il piano inclinato con un moto uniformemente decelerato, fino alla quota massima dove avrà velocità nulla. Tutta l'energia cinetica che possiede la massa  $m_1$  viene convertita allora in energia potenziale, percorrendo un tratto  $l$  lungo il piano inclinato:

$$\frac{1}{2} m_1 v^2 = m_1 gl \sin(\theta)$$

$$l = \frac{v^2}{2g \sin(\theta)}$$

$$l = \frac{2gh [m_2 - m_1 \sin(\theta)]}{m_1 + m_2} \cdot \frac{1}{2g \sin(\theta)}$$

$$l = \frac{h [m_2 - m_1 \sin(\theta)]}{(m_1 + m_2) \sin(\theta)} = 2.0 \text{ m}$$

Negli ultimi passaggi è stata sostituito a  $v^2$  l'espressione trovata in precedenza.

Per ottenere lo spazio percorso completamente,  $l_{TOT}$ , lungo il piano inclinato dalla massa  $m_1$ , bisogna sommare al risultato appena trovato lo spazio percorso nella prima parte del moto:

$$l_{TOT} = h + l = 4.0\text{m}$$

### Soluzione problema 3

Punto 1): Subito dopo l'apertura del rubinetto ad altezza  $h_2$  si ha fuoriuscita di liquido, che per il teorema di Torricelli avrà una velocità di fuoriuscita  $v_2$  pari a:

$$v_2 = \sqrt{2g(h_1 - h_2)}$$

Man mano che il liquido fuoriesce, spinge il serbatoio in verso opposta a quello della fuoriuscita, trasferendo una certa quantità di moto dal liquido al serbatoio (analogamente a quanto accade nel fenomeno della propulsione). La forza  $F_2$  con cui viene spinto il serbatoio è allora:

$$F_2 = \frac{\Delta p_2}{\Delta t}$$

dove  $\Delta p_2$  è la variazione di quantità di moto associata al liquido che esce dal serbatoio e  $\Delta t$  è l'intervallo di tempo in cui si ha la variazione  $\Delta p_2$ . Indicando con  $\Delta m_L$  la quantità di massa di liquido che esce e tenendo presente che esso esce con velocità  $v_2$ , la variazione  $\Delta p_2$  è data da:

$$\Delta p_2 = \Delta m_L v_2 = (\rho S_2 v_2 \Delta t) \cdot v_2$$

$$\Delta p_2 = \rho S_2 v_2^2 \Delta t$$

dove con  $\rho$  si è indicata la densità del liquido, mentre  $S_2 v_2 \Delta t$  è il volume di liquido che fuoriesce nell'intervallo di tempo  $\Delta t$ . La forza  $F_2$  con cui viene spinto il serbatoio è allora pari a:

$$F_2 = \frac{\Delta p_2}{\Delta t} = \frac{\rho S_2 v_2^2 \Delta t}{\Delta t} = \rho S_2 v_2^2$$

Per il II principio della dinamica, la forza  $F_2 = Ma_1$  dove la massa  $M$  è quella del liquido nel serbatoio. Dato che è trascurabile la variazione di altezza del liquido nel serbatoio, si ha allora che:

$$F_2 = Ma_1 = \rho S_1 h_1 a_1$$

Uguagliando le ultime due espressioni si ottiene che:

$$\rho S_1 h_1 a_1 = \rho S_2 v_2^2$$

$$S_1 h_1 a_1 = S_2 v_2^2$$

$$a_1 = \frac{S_2 v_2^2}{S_1 h_1} = 2g \frac{S_2}{S_1} \frac{(h_1 - h_2)}{h_1} \approx 0.16\text{m/s}^2$$

dove nell'ultimo passaggio è stata usata l'espressione trovata precedentemente per  $v_2$ .

Punto 2): Dopo l'intervallo di tempo  $\Delta t_1$  viene aperto anche l'altro rubinetto. Si hanno allora gli effetti combinati delle due fuoriuscite di liquido da fori diametralmente opposti. In particolare alla spinta precedentemente trovata va sommata una spinta analoga ma in direzione opposta. Avremo allora due forze,  $F_2$  e  $F_3$ , che agiscono sul serbatoio, le cui espressioni sono simili a quella trovata precedentemente per  $F_2$  (dove per  $F_3$  basta sostituire a  $v_2$  il valore  $v_3$ ):

$$F_2 = \rho S_2 v_2^2$$

$$F_3 = -\rho S_2 v_3^2$$

Il segno negativo nell'ultima espressione tiene conto del fatto che  $F_3$  si oppone a  $F_2$ . Si tenga presente che sempre dal teorema di Torricelli la velocità  $v_3$  è data da:

$$v_3 = \sqrt{2g(h_1 - h_3)}$$

Sommando le due forze trovate, si ottiene la forza totale  $F$  che agisce sul serbatoio:

$$F = F_2 + F_3 = \rho S_2 v_2^2 - \rho S_2 v_3^2$$

$$F = \rho S_2 (v_2^2 - v_3^2)$$

$$F = \rho S_2 [2g(h_1 - h_2) - 2g(h_1 - h_3)]$$

$$F = 2g\rho S_2 [h_3 - h_2]$$

dove negli ultimi passaggi sono state usate le espressioni trovate per le velocità  $v_2$  e  $v_3$ .

Come prima, per il II principio della dinamica, la forza  $F=Ma_2=\rho S_1 h_1 a_2$ :

$$\rho S_1 h_1 a_2 = 2g\rho S_2 (h_3 - h_2)$$

$$a_2 = 2g \frac{S_2}{S_1} \frac{(h_3 - h_2)}{h_1} \approx -0.03 \text{m/s}^2$$

Punto 3): Nell'intervallo di tempo  $\Delta t_1$ , il serbatoio si muove di moto uniformemente accelerato con accelerazione pari a  $a_1$  e percorre pertanto lo spazio  $\Delta x_1$  dato da:

$$\Delta x_1 = \frac{1}{2} a_1 (\Delta t_1)^2$$

In questo intervallo di tempo raggiunge la velocità  $v_1$  data da:

$$v_1 = a_1 \Delta t_1$$

Successivamente il moto è uniformemente decelerato, con accelerazione negativa pari a  $a_2$ , fino ad arrivare all'inversione del verso del moto. Nell'istante in cui il moto si inverte la velocità del serbatoio è pari a zero. Per calcolare il percorso  $\Delta x_2$  in cui questo avviene consideriamo che:

$$v_f^2 = v_1^2 + 2a_2 \Delta x_2$$

dove la velocità finale  $v_f=0$ .

Si ottiene pertanto che:

$$\Delta x_2 = -\frac{v_1^2}{2a_2} = -\frac{a_1^2 (\Delta t_1)^2}{2a_2}$$

dove nell'ultimo passaggio si è usata l'espressione trovata per  $v_1$ . Sommando  $\Delta x_1$  e  $\Delta x_2$  si ottiene che:

$$\Delta x_{TOT} = \Delta x_1 + \Delta x_2 = \frac{1}{2} a_1 (\Delta t_1)^2 - \frac{1}{2} \frac{a_1^2}{a_2} (\Delta t_1)^2$$

$$\Delta x_{TOT} = \frac{1}{2} a_1 (\Delta t_1)^2 \left( 1 - \frac{a_1}{a_2} \right) \approx 0.13 \text{m}$$