Risultati esame scritto Fisica 2 - 04/10/2013
orali: 10-10-2013 alle ore 14.30 presso aula G8

gli studenti interessati a visionare lo scritto sono pregati di presentarsi il giorno dell'orale;

Nuovo ordinamento

		voto	
AMATO	MATTIA	13	
ATTRICE	MATTIA	21	ammesso
BARRESI	VINCENZO	14	
CALDESI	LUCA FRANCESCO	18	ammesso
CARVETTA	ANTONIO	19	ammesso
CORSO	MARIANGELA	12	
COSTANTINO	LUCA	15	
DE MASI	GIADA	13	
DOLCE	FABIOLA	18	ammesso
DRAGONE	DONATELLA	13	
GERVASI	GIUSEPPE	22	ammesso
GIGANTE	ANTONIETTA	13	
GRILLO	VINCENZO	12	
GUERRISE	MARCO	15	
LETTIERI	FRANCESCO	21	ammesso
LUCCHINO	GIAN MARCO	17	ammesso
MANNARINO	DANIELE	15	
MANNELLA	MATTIA	18	ammesso
MELLEA	MAURIZIO	14	
MINIACI	FRANCESCO	17	ammesso
MUSCI	CATERINA	17	ammesso
NESCI	FRANCESCA	28	ammesso
NICOLETTI	ROSSELLA	13	
OLIVERIO	MARTA	12	
PUCCIO	LORENZA	nc	
ROMANO	PIERPAOLO	20	ammesso
ROTA	FRANCESCO	21	ammesso
RUSSO	ERICA	12	
SERGIO	FRANCESCO	15	
SOLLAZZO	AMALIA	17	ammesso
SPAGNUOLO	SIMONE	12	

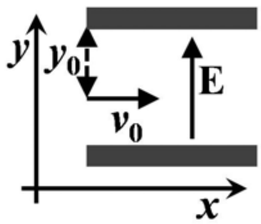
Per gli studenti del N.O.: possono sostenere l'orale di Fisica 2 solo gli studenti che hanno superato l'esame di Fisica 1

Esame di Fisica 2

Corso Interateneo di Ing. Informatica e Biomedica – 04/10/2013

Problema 1

Sia data una particella puntiforme di massa m e carica positiva $+q$ che viaggia lungo l'asse x con velocità v_0. Ad un certo istante essa entra nella regione di spazio compresa fra le due piastre di un condensatore piano, in cui è presente un campo elettrico E uniforme, parallelo all'asse y e diretto verso l'alto (vedi figura). Appena entra nel condensatore, la particella si trova a distanza y_0 dalla piastra superiore. Trascurando la forza di gravità, determinare la velocità con cui la particella urta la piastra del condensatore (supponendo che quest'ultima sia abbastanza estesa).



[Esprimere i risultati in funzione dei parametri del problema m, q, v_0, E, y_0]

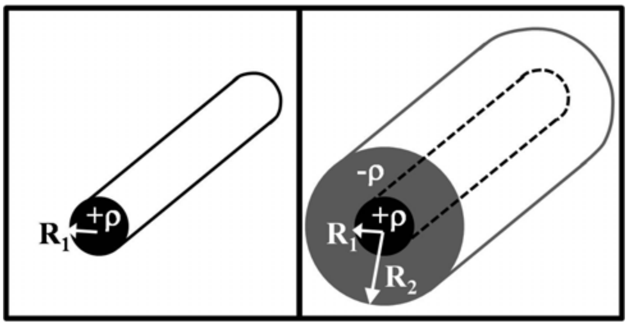
Problema 2

1) Sia dato un cilindro di raggio R_1 e lunghezza infinita, con densità di carica uniforme positiva pari a $+\rho$. Calcolare il campo elettrico E in tutto lo spazio, esterno ed interno al cilindro, sfruttando la simmetria del problema.

2) Si consideri il cilindro del punto 1) racchiuso all'interno di un guscio cilindrico coassiale al precedente, anch'esso di lunghezza infinita, avente raggio interno R_1 e raggio esterno R_2. Il guscio cilindrico ha una densità di carica uniforme negativa e pari a $-\rho$. Si calcoli il campo elettrico E in tutto lo spazio (cioè per $r<R_1$, $R_1<r<R_2$, e $r>R_2$, dove r è la coordinata radiale perpendioclare all'asse del cilindro).

3) Nel caso del punto 2), assumendo noto il valore di R_1, determinare per quale valore di R_2 si ha un campo elettrico E pari a zero in tutto lo spazio esterno al guscio cilindrico.

[Esprimere i risultati in funzione dei parametri del problema ρ, R_1, R_2, e della coordinata radiale r]



Problema 3

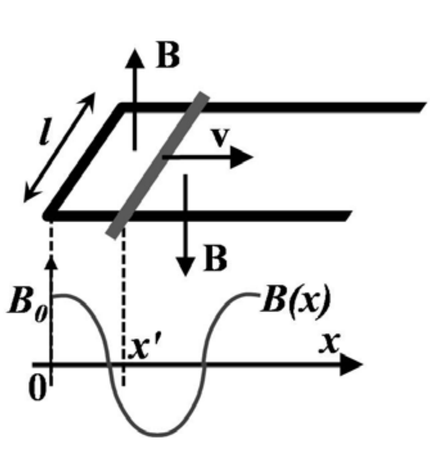
Sia dato un circuito come quello in figura disposto nel piano orizzontale e costituito da due binari conduttori paralleli separati da una distanza l, chiusi a sinistra da una barra conduttrice rigida e fissa, e a destra da una barra mobile in grado di scorrere sui binari. Tutto il circuito è immerso in un campo magnetico B perpendicolare alla superficie del circuito, costante nel tempo ma non uniforme nello spazio. In particolare, indicato con x l'asse parallelo ai binari (avente l'origine in corrispondenza della barra conduttrice rigida e direzione positiva verso destra in figura), il campo magnetico B ha un andamento oscillante lungo x e obbedisce alla seguente relazione: $B=B_0\cdot\cos(kx)$ (dove k è un parametro noto). Quindi il campo magnetico B oscilla lungo l'asse x, mentre è uniforme al variare di y e z (dove y e z sono gli assi perpendicolari a x). Si assuma che inizialmente la barretta mobile del circuito si trovi a contatto con quella rigida (x=0), quando una forza esterna (non costante) inizia a muoverla con velocità costante pari a v (verso destra in figura).

1) Determinare un'espressione per il flusso $\Phi(B)$ del campo magnetico B attraverso il circuito, al variare del tempo t.

2) Nota la resistenza R di tutto il circuito, determinare la corrente che circola nel circuito al variare del tempo t, e determinarne la pulsazione.

3) Determinare un'espressione per la forza esterna, F_{ext}, dipendente dal tempo t e che mantiene la barretta in moto con velocità costante pari a v. Si determini la potenza meccanica media fornita da tale forza.

[Esprimere i risultati in funzione dei parametri del problema B_0, l, k, R, v, e del tempo t]



Soluzione problema 1

Dopo essere entrata nel condensatore, la particella inizia a muoversi verso l'alto sotto l'azione del campo elettrico E e urterà ad un certo istante la piastra superiore. Mentre non ci sono forze lungo l'asse x, lungo l'asse y il campo elettrico E, e la relativa forza elettrostatica $F=q\cdot E$, producono un aumento di energia cinetica dovuta alla variazione di energia potenziale elettrostatica. La variazione ΔV di potenziale elettrostatico fra il punto di ingresso e il punto in cui viene colpita la piastra superiore è legata al campo E e allo spazio y_0 percorso verticalmente:

$$\Delta V = -Ey_0$$

La relativa variazione di energia potenziale, ΔU, è data da:

$$\Delta U = q\Delta V = -qEy_0$$

Applicando la conservazione dell'energia si ha che la variazione di energia cinetica, ΔK, è pari alla variazione di energia potenziale cambiata di segno, -ΔU:

$$\Delta K = -\Delta U$$

$$\frac{1}{2}mv_f^2 - \frac{1}{2}mv_0^2 = qEy_0$$

$$\frac{1}{2}mv_f^2 = \frac{1}{2}mv_0^2 + qEy_0$$

$$v_f = \sqrt{v_0^2 + \frac{2qEy_0}{m}}$$

dove v_f e v_0 sono rispettivamente la velocità finale e iniziale della particella.

Soluzione problema 2

Punto 1): Data l'estensione infinita del cilindro in direzione assiale e la densità uniforme della carica $+\rho$, per motivi di simmetria il campo eletrtico sarà diretto radialmente (perpendicolare all'asse del cilindro). Inoltre, sempre per la simmetria del problema, esso sarà uniforme su superfici cilindriche coassiali col cilindro dato. Allora per calcolare il campo elettrico E sfruttiamo la legge di Gauss, e consideriamo come superficie gaussiana un cilindro coassiale a quello dato, di raggio r e lunghezza l. Attraverso le basi del cilindro il flusso di E è nullo e rimane solo il flusso attraverso la superficie laterale del cilindro gaussiano. Per $r<R_1$, bisogna considerare solo la carica all'interno della superficie gaussiana e la legge di Gauss per il flusso $\Phi(E)$ diventa allora:

$$\Phi(E) = \frac{\pi r^2 l\rho}{\varepsilon_0}$$

$$E \cdot 2\pi rl = \frac{\pi r^2 l\rho}{\varepsilon_0}$$

$$E = \frac{\rho r}{2\varepsilon_0} \quad \text{per } 0 < r < R_1$$

Se invece prendiamo un cilindro gaussiano con $r>R_1$, bisogna considerare tutta la carica racchiusa nel cilindro carico per una lunghezza pari a l:

$$\Phi(E) = \frac{\pi R_1^2 l\rho}{\varepsilon_0}$$

$$E \cdot 2\pi rl = \frac{\pi R_1^2 l\rho}{\varepsilon_0}$$

$$E = \frac{\rho R_1^2}{2r\varepsilon_0} \quad \text{per } r > R_1$$

Punto 2): Nel caso in cui il cilindro del punto 1) sia racchiuso all'interno di un guscio cilindrico coassiale con esso, la simmetria cilindrica del problema rimane invariata e possiamo ancora sfruttare il teorema di Gauss. Per $r<R_1$ la carica racchiusa dalla superficie gaussiana cilindrica è solo quella positiva del cilindro del punto 1), la carica esterna a tale superficie non contribuisce al campo elettrico e il risultato è quello trovato precedentemente:

$$E = \frac{\rho r}{2\varepsilon_0} \quad \text{per } 0 < r < R_1$$

Se invece si ha $R_1<r<R_2$ bisogna includere tutta la carica positiva (per una lunghezza pari a l) e parte della carica negativa del guscio cilindrico (quella che si ha fra il raggio R_1 e il raggio r), e la legge di Gauss diventa:

$$\Phi(E) = \frac{\pi R_1^2 l\rho}{\varepsilon_0} - \left(\pi r^2 l - \pi R_1^2 l\right)\frac{\rho}{\varepsilon_0}$$

$$E \cdot 2\pi rl = \frac{\pi R_1^2 l\rho}{\varepsilon_0} - \left(\pi r^2 l - \pi R_1^2 l\right)\frac{\rho}{\varepsilon_0}$$

$$E = R_1^2 \frac{\rho}{2r\varepsilon_0} - \left(r^2 - R_1^2\right)\frac{\rho}{2r\varepsilon_0}$$

$$E = \left(\frac{2R_1^2 - r^2}{r}\right)\frac{\rho}{2\varepsilon_0} \quad \text{per } R_1 < r < R_2$$

Per $r>R_2$ la superficie gaussiana racchiude tutta la carica, sia positiva che negativa, per una lunghezza pari a l. La legge di Gauss diventa allora:

$$\Phi(E) = \frac{\pi R_1^2 l\rho}{\varepsilon_0} - \left(\pi R_2^2 l - \pi R_1^2 l\right)\frac{\rho}{\varepsilon_0}$$

$$E \cdot 2\pi rl = \left(R_1^2 - R_2^2 + R_1^2\right)\frac{\pi l\rho}{\varepsilon_0}$$

$$E = \left(\frac{2R_1^2 - R_2^2}{r}\right)\frac{\rho}{2\varepsilon_0} \quad \text{per } r > R_2$$

Punto 3): Dalla soluzione del punto 2) si ha che all'esterno del guscio cilindrico ($r>R_2$) il campo elettrico E è dato da:

$$E = \left(\frac{2R_1^2 - R_2^2}{r}\right)\frac{\rho}{2\varepsilon_0} \quad \text{per } r > R_2$$

Affinché questo sia zero ovunque per $r>R_2$ è necessario che il numeratore fra parentesi sia nullo:

$$2R_1^2 - R_2^2 = 0$$
$$R_2^2 = 2R_1^2$$
$$R_2 = \sqrt{2} \cdot R_1$$

Soluzione problema 3

Punto 1): Nel problema il campo magnetico B non è uniforme nello spazio e oscilla come un coseno al variare di x. Di conseguenza, quando la barretta mobile è in posizione generica x', dobbiamo tenere conte dell'andamento oscillante per calcolare il flusso $\Phi(B)$. Se consideriamo una sottile striscia di circuito, di larghezza infinitesima dx e lunghezza pari a l, possiamo considerare il campo magnetico uniforma in tale intervallo dx e quindi il flusso infinitesimo $d\Phi(B)$ sarà dato da:

$$d\Phi(B) = B(x) \cdot l \cdot dx$$
$$d\Phi(B) = B_0 \cos(kx) \cdot l \cdot dx$$
$$d\Phi(B) = B_0 l \cos(kx) dx$$

Il flusso totale $\Phi(B)$ sarà pari alla somma di tutti questi flussi infinitesimi fra le posizioni x=0 e x=x', ovvero sarà pari al segeuente integrale:

$$\Phi(B) = \int d\Phi(B) = \int_0^{x'} B_0 l \cos(kx) dx$$
$$\Phi(B) = B_0 l \int_0^{x'} \cos(kx) dx$$
$$\Phi(B) = B_0 l \left[\frac{\sin(kx)}{k} \right]_0^{x'}$$
$$\Phi(B) = \frac{B_0 l}{k} \sin(kx')$$

Per esprimere il flusso $\Phi(B)$ in funzione del tempo t consideriamo che la barretta si muove con velocità costante v a partire da x=0, e pertanto x'=$v \cdot t$:

$$\Phi(B) = \frac{B_0 l}{k} \sin(kvt)$$

Punto 2): Poiché il flusso $\Phi(B)$ dipende dal tempo t, per la legge dell'induzione di Faraday si ha una forza elettromotrice indotta, f_{ind}, all'interno del circuito:

$$f_{ind} = \left| -\frac{d\Phi(B)}{dt} \right| = \left| -\frac{d}{dt} \left[\frac{B_0 l}{k} \sin(kvt) \right] \right|$$
$$f_{ind} = \left| -\frac{B_0 l}{k} \frac{d}{dt} [\sin(kvt)] \right|$$
$$f_{ind} = \left| -\frac{B_0 l}{k} kv [\cos(kvt)] \right|$$
$$f_{ind} = B_0 l v \cdot \cos(kvt)$$

Nota la resistenza R di tutto il circuito, dalla forza elettromotrice f_{ind} segue per la legge di Ohm la corrente I circolante nel circuito:

$$I=\frac{f_{ind}}{R}=\frac{B_0 lv}{R}\cdot\cos(kvt)$$

Come vediamo si tratta di una corrente alternata di ampiezza $I_0=B_0lv/R$ e pulsazione $\omega=kv$.

Punto 3): Dal momento che circola corrente nel circuito, ci sarà una forza di origine magnetica $\mathbf{F_M}=I\boldsymbol{l}\times\mathbf{B}$ che agisce sulla barretta in movimento. Il vettore $\boldsymbol{l}$ e il vettore $\mathbf{B}$ sono sempre perpendicolari fra loro, e quindi nel prodotto vettoriale $\boldsymbol{l}\times\mathbf{B}$ il seno dell'angolo compreso è sempre pari a 1. Inoltre la direzione di tale prodotto vettoriale, e quindi di $\mathbf{F_M}$, è la direzione dell'asse x. Rimane da vedere il verso che ha $\mathbf{F_M}$ analizzando il verso della corrente I al variare di x. Nelle regioni in cui il campo magentico B è diretto verso l'alto in figura, il moto della barretta causa un aumento del flusso $\Phi(B)$ verso l'alto, e per la legge di Lenz si origina una forza elettromotrice f_{ind} che gira in senso orario (in figura). Dal prodotto vettoriale $I\boldsymbol{l}\times\mathbf{B}$ risulta allora una forza $\mathbf{F_M}$ diretta verso sinistra in figura, che si oppone cioè al moto della barretta. Analogamente, nelle regioni in cui il campo B è diretto verso il basso si ha una variazione del flusso $\Phi(B)$ verso il basso e la f_{ind} girerà in senso antiorario. Ma dato che si ha anche campo B verso il basso, ne risulta di nuovo una forza $\mathbf{F_M}$ diretta verso sinistra e che si oppone al moto della barretta.
Allora per mantenere la barretta in moto con velocità costante bisogna applicare dall'esterno una forza meccanica F_{ext} uguale e contraria a F_M. Calcoliamo quindi il modulo di F_M:

$$F_M=|I\mathbf{l}\times\mathbf{B}|=\frac{B_0 lv}{R}\cos(kvt)\cdot l\cdot B_0\cos(kvt)$$

$$F_M=\frac{B_0^2 l^2 v}{R}\cos^2(kvt)$$

Per quanto detto sopra, la forza esterna F_{ext} sarà uguale e contraria a F_M e pertanto i moduli delle due forze sono uguali:

$$F_{ext}=F_M=\frac{B_0^2 l^2 v}{R}\cos^2(kvt)$$

Con questa forza esterna viene fornita potenza meccanica al circuito, e dato che la velocità della barretta è costante, la potenza meccanica istantanea P_{ext} è pari a:

$$P_{ext}=F_{ext}\cdot v=\frac{B_0^2 l^2 v^2}{R}\cos^2(kvt)$$

Dato che P_{ext} oscilla come una funzione $\cos^2$, se ne può determinare un periodo T su cui calcolare la potenza media fornita al sistema:

$$<P_{ext}>=<\frac{B_0^2 l^2 v^2}{R}\cos^2(kvt)>$$

$$<P_{ext}>=\frac{B_0^2 l^2 v^2}{R}<\cos^2(kvt)>$$

$$<P_{ext}>=\frac{B_0^2 l^2 v^2}{R}\frac{1}{T}\int_T\cos^2(kvt)dt$$

$$<P_{ext}>=\frac{B_0^2 l^2 v^2}{2R}$$