Risultati esame scritto Fisica 1 - 10/01/2014
orali: 17/01/2013 alle ore 10:00 presso aula G7

(gli studenti interessati a visionare lo scritto sono pregati di presentarsi il giorno dell'orale)

Nuovo Ordinamento

		voto	
AIELLO	ANTONELLA	11	
BIANCO	FRANCESCA	13	
CANINO	MARIA	nc	
CARBONE	PASQUALE CARMINE	14	
CARCHEDI	GIUSY	nc	
CARUSO	FRANCESCA	nc	
CLEMENTE	FILIPPO	nc	
COVANI	DEMETRIO	nc	
DE MASI	GIADA	nc	
DOLCE	FABIOLA	10	
GIGANTE	ANTONIETTA	13	
MARINO (109813)	FRANCESCA	nc	
MARTINIS	MARIA CHIARA	nc	
METE	PAOLA	12	
MONTEVERDE	ALESSANDRO	nc	
NOCITA	FEDERICA	nc	
OLIVA	GIUSEPPE	10	
PERSIA	ALESSIA	17	ammesso
PITITTO	MIRIANA	17	ammesso
PUGLIESE	FILOMENA	13	
QUATTROMANI	MIRIAM	17	ammesso
RUSSO	ERICA	nc	
SCARPINO	ILEANA	nc	
SCICCHITANO	FRANCESCO	20	ammesso
SCUMACI	FRANCESCO	nc	
SERGI	CARLA	nc	
SOLLAZZO	AMALIA	10	
SPAGNOLO	EMANUELE	11	
SPAGNUOLO	SIMONE	15	
VALLELUNGA	ROSARINA	10	

Vecchio Ordinamento

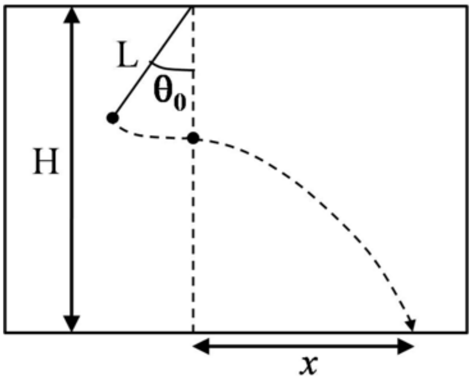
		voto	
MUNGO	ALFREDO	18	ammesso

Esame di Fisica 1

Corso Interateneo di Ing. Informatica e Biomedica – 10/01/2014

Problema 1

Sia data una stanza di altezza totale pari a H, al cui soffitto è appesa mediante una corda una sfera; la corda e la sfera costituiscono un pendolo di lunghezza L. Il pendolo viene spostato dalla sua posizione di equilibrio, verticale, di un angolo pari a θ_0, e quindi rilasciato con velocità iniziale nulla. Una volta raggiunta la posizione di equilibrio verticale, la corda del pendolo si spezza.



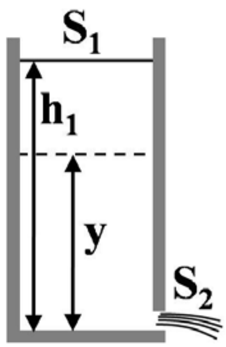
Determinare:

1) un'espressione per la distanza orizzontale x percorsa dalla sfera nel momento in cui arriva sul pavimento (in funzione dei parametri L, H, θ_0);

2) per quale valore di L si ha la massima gittata x (esprimere il risultato in funzione di H) e la corrispondente gittata x (risultato in funzione di H e θ_0)

Problema 2

Sia dato un serbatoio cilindrico, di sezione S_1, contenente liquido fino ad un livello h_1 dal fondo del serbatoio. Il serbatoio è aperto in cima e a contatto con la pressione atmosferica; sulla parete del serbatoio, in corrispondenza del fondo del serbatoio (ovvero ad un livello h=0), si trova un'apertura di sezione S_2<S da cui fuoriesce il liquido. La velocità v_1 con cui si muove il livello y del liquido all'interno del serbatoio non è trascurabile (ovvero $v_1 \neq 0$). Determinare in quanto tempo t si svuota il serbatoio (esprimere il risultato in funzione di h_1, S_1, S_2, e dell'accelerazione di gravità g).



Soluzione problema 1

Punto 1): Applichiamo la conservazione dell'energia per calcolare la velocità con cui parte la sfera subito dopo la rottura della corda; la variazione di energia potenziale fra la posizione θ_0 e la posizione verticale viene tutta convertita in energia cinetica, per cui:

$$\frac{1}{2}mv^2 = mgL(1-\cos\theta_0)$$

$$v = \sqrt{2gL(1-\cos\theta_0)}$$

Quest'ultima è la velocità orizzontale con cui la sfera parte dalla posizione verticale e compie una gittata parabolica verso il pavimento. Dal momento in cui si spezza la corda, la sfera è sottoposta alla sola accelerazione di gravità g verso il basso; le corrispondenti equazioni del moto sono:

$$\begin{cases} y = (H-L) - \frac{1}{2}gt^2 \\ x = v\cdot t \end{cases}$$

$$\begin{cases} 0 = (H-L) - \frac{1}{2}gt^2 \\ x = v\cdot t \end{cases}$$

$$\begin{cases} t = \sqrt{2(H-L)/g} \\ x = v\cdot t = v\cdot\sqrt{2(H-L)/g} \end{cases}$$

Sostituendo nell'ultima espressione per x l'espressione trovata per la velocità v si trova che la gittata x è:

$$x = \sqrt{2gL(1-\cos\theta_0)}\cdot\sqrt{2(H-L)/g}$$

$$x = 2\sqrt{L(H-L)(1-\cos\theta_0)}$$

Punto 2): Per determinare il massimo valore della gittata x al variare della lunghezza L, basta derivare rispetto a L l'espressione trovata per x e imporre che essa sia uguale a zero:

$$\frac{dx}{dL} = 2\sqrt{(1-\cos\theta_0)}\frac{d}{dL}\left[\sqrt{L(H-L)}\right]$$

$$\frac{dx}{dL} = 2\sqrt{(1-\cos\theta_0)}\frac{d}{dL}\left[\sqrt{LH-L^2}\right]$$

$$\frac{dx}{dL} = 2\sqrt{(1-\cos\theta_0)}\frac{1}{2}\left[\frac{H-2L}{\sqrt{LH-L^2}}\right] = 0 \rightarrow H-2L = 0 \rightarrow L = \frac{H}{2}$$

Quindi la massima gittata x si ottiene per $L=H/2$ ed in corrispondenza di tale valore di L si ottiene una gittata x pari a:

$$x = \sqrt{4\left(\frac{H^2}{2}-\frac{H^2}{4}\right)(1-\cos\theta_0)}$$

$$x = H\sqrt{(1-\cos\theta_0)}$$

Soluzione problema 2

Applichiamo il teorema di Bernouilli tenendo presente che la pressione che si esercita sulle sezioni S_1 e S_2 è la stessa e pari alla pressione atmosferica:

$$\frac{1}{2}\rho v_1^2 + \rho g y = \frac{1}{2}\rho v_2^2 + \rho g \cdot 0$$

$$\frac{1}{2}\rho v_1^2 + \rho g y = \frac{1}{2}\rho v_2^2$$

dove ρ è la densità del liquido, v_1 e v_2 rispettivamente le velocità con cui si muove il liquido in corrispondenza delle sezioni S_1 e S_2, e y è il livello del liquido nel serbatoio. Nell'ultima espressione scritta possiamo introdurre al posto della velocità v_2 un' espressione derivata dalla equazione di continuità:

$$S_1 v_1 = S_2 v_2$$

$$v_2 = \frac{S_1}{S_2} v_1$$

Sostituendo, e semplificando la densità ρ, si ottiene allora che:

$$\frac{1}{2}v_1^2 + g y = \frac{1}{2}\left(\frac{S_1}{S_2}\right)^2 v_1^2$$

$$v_1^2\left[1-\left(\frac{S_1}{S_2}\right)^2\right] = -2gy$$

$$v_1^2\left(\frac{S_1^2}{S_2^2}-1\right) = 2gy$$

$$v_1^2\left(\frac{S_1^2 - S_2^2}{S_2^2}\right) = 2gy$$

$$v_1^2 = 2\left(\frac{S_2^2}{S_1^2 - S_2^2}\right)gy$$

$$v_1 = \sqrt{2\left(\frac{S_2^2 g}{S_1^2 - S_2^2}\right)} \cdot \sqrt{y}$$

L'ultima espressione costituisce un'equazione differenziale per il livello y del liquido, scrivendo che $v_1 = -dy/dt$; il segno meno "–" è dovuto al fatto che per v_1 positivo si ha una diminuzione del livello y del liquido:

$$-\frac{dy}{dt} = \sqrt{2\left(\frac{S_2^2 g}{S_1^2 - S_2^2}\right)} \cdot \sqrt{y}$$

Integrando l'ultima equazione fra l'istante iniziale t=0 (per il quale $y=h_1$) e l'istante finale t (per il quale y=0) si ottiene che:

$$-\int_{h1}^{0}\frac{dy}{\sqrt{y}}=\sqrt{2\left(\frac{S_2^2 g}{S_1^2-S_2^2}\right)}\cdot\int_0^t dt$$

$$-\left[2\sqrt{y}\right]_{h1}^{0}=\sqrt{2\left(\frac{S_2^2 g}{S_1^2-S_2^2}\right)}\cdot t$$

$$2\sqrt{h_1}=\sqrt{2\left(\frac{S_2^2 g}{S_1^2-S_2^2}\right)}\cdot t$$

$$t=\sqrt{\frac{2h_1}{g}\left(\frac{S_1^2}{S_2^2}-1\right)}$$

dove l'ultima espressione rappresenta il tempo *t* impiegato dal serbatoio a svuotarsi completamente.