

**Risultati esame scritto Fisica 2 - 10/01/2014**  
**orali: 17-01-2014 alle ore 10.00 presso aula G7**

gli studenti interessati a visionare lo scritto sono pregati di presentarsi il giorno dell'orale;

Nuovo ordinamento			Vecchio ordinamento		
		voto			voto
AMATO	MATTIA	14	CHIARELLA	ROBERTO	18
BARRESI	VINCENZO	17			ammesso
BIANCO	FRANCESCA	17			ammesso
CARCHEDI	GIUSY	11			
CARUSO	FRANCESCA	12			
COPPOLA	MAURIZIO	15			
COPPOLETTA	ANNA	11			
COSSARI	DAVIDE	nc			
COSTANTINO	LUCA	18			ammesso
CRISTOFARO	RAFFAELE	14			
CUTELLE'	ROBERTA	12			
DE MASI	GIADA	15			
DOLCE	FABIOLA	17			ammesso
DRAGONE	DONATELLA	14			
ESPOSITO	FRANCESCO	14			
FALVO	FEDRA	17			ammesso
GALUPPO	MANUEL	15			
GIACOBBE	SAHARA	15			
GIGANTE	ANTONietta	17			ammesso
GUERRISE	MARCO	17			ammesso
IANNI'	GAETANO	14			
MANNARINO	DANIELE	17			ammesso
MELLEA	MAURIZIO	17			ammesso
MONTEVERDE	ALESSANDRO	17			ammesso
NICOTERA	PASQUALE	14			
NOCITA	FEDERICA	15			
OLIVA	GIUSEPPE	17			ammesso
OLIVERIO	MARTA	15			
PALLONE	FRANCESCO	14			
PROCOPIO	EMANUELE	17			ammesso
PUCCIO	LORENZA	14			
SARACENO	SERENA	17			ammesso
SCUMACI	CRISTINA	20			ammesso
SOLLAZZO	AMALIA	15			
TALARICO	SARA	17			ammesso
VALLELUNGA	ROSARINA	15			
VATRANO	ANTONIO	nc			

Per gli studenti del N.O.: possono sostenere l'orale di Fisica 2 solo gli studenti che hanno superato l'esame di Fisica 1

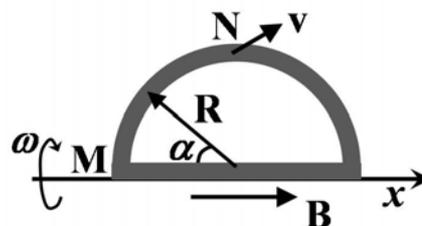
## Esame di Fisica 2

Corso Interateneo di Ing. Informatica e Biomedica – 10/01/2014

### Problema 1

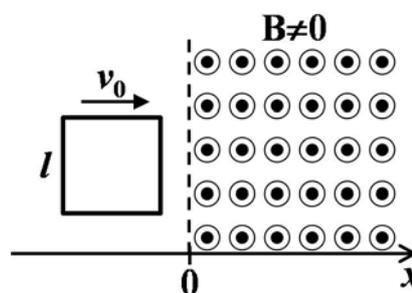
Una spira conduttrice chiusa a forma di semicirconfenza di raggio  $R$  si trova immersa in un campo magnetico  $B$  costante nel tempo e uniforme nello spazio. Il diametro della spira è parallelo al campo magnetico, ed entrambi sono diretti lungo l'asse orizzontale  $x$  in figura. La spira ruota intorno al diametro con velocità angolare costante  $\omega$ . Calcolare la d.d.p. fra i punti  $M$  e  $N$  rappresentati in figura, esprimendo il risultato in funzione di  $\omega$ ,  $B$  e  $R$ .

[Si consideri il campo elettromotore generato dalla forza di Lorentz e si integri lungo la linea che va da  $M$  a  $N$ ].



### Problema 2

Sia data una spira quadrata di lato  $l$ , resistenza  $R$ , e massa  $m$ . Essa viaggia in direzione orizzontale in figura con velocità pari a  $v_0$  quando incontra una regione semi-infinita con campo magnetico  $B$  perpendicolare alla superficie della spira (ed uscente dal foglio nel disegno in figura). La spira penetra nella regione con campo magnetico  $B \neq 0$  e mantiene la sua orientazione perpendicolare a  $B$ . Trascurando l'azione della forza di gravità, si determini la velocità finale della spira. [Si esprima il risultato in funzione di  $v_0$ ,  $m$ ,  $R$ ,  $l$ ,  $B$ ].



### Soluzione problema 1

La forza di Lorentz  $\mathbf{F}_L$  è data da:

$$\mathbf{F}_L = q(\mathbf{v} \times \mathbf{B})$$

dove la velocità  $\mathbf{v}$  è data dalla rotazione attorno al diametro. Si tratta quindi di una velocità perpendicolare al piano della spira e perpendicolare al campo magnetico  $\mathbf{B}$ . Il prodotto vettoriale  $\mathbf{v} \times \mathbf{B}$  ha direzione verticale in figura, e dato che  $\mathbf{v}$  e  $\mathbf{B}$  sono fra loro perpendicolari il modulo della forza di Lorentz  $F_L$  è dato da:

$$F_L = qvB$$

Va notato però che la velocità non ha lo stesso modulo  $v$  lungo l'arco di semicirconfenza: esso è massimo in prossimità del punto N mentre è minimo (e pari a zero) in prossimità del punto M. Sempre facendo riferimento alla figura, detto  $\alpha$  l'angolo che a partire dal semiasse negativo delle  $x$  individua la posizione lungo l'arco di semicirconfenza, la velocità  $v$  al variare di  $\alpha$  è data da:

$$v(\alpha) = \omega R \sin(\alpha)$$

da cui segue che la forza di Lorentz  $F_L$  è data da:

$$F_L = qB\omega R \sin(\alpha)$$

ed è diretta verticalmente in figura lungo tutto l'arco di semicirconfenza.

Il campo elettromotore  $E_L$  associato è dato da:

$$E_L = \frac{F_L}{q} = B\omega R \sin(\alpha)$$

anch'esso diretto verticalmente in figura.

La d.d.p.  $\Delta V$  fra i punti M e N è data dall'integrale di linea del campo elettromotore lungo l'arco di circonferenza:

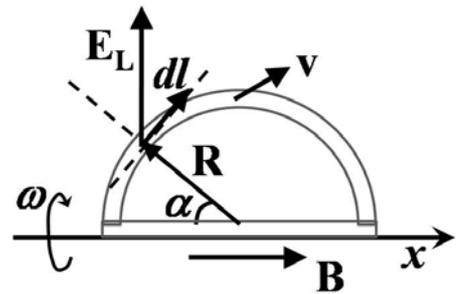
$$\Delta V = \int_M^N \mathbf{E}_L \cdot d\mathbf{l} = \int_M^N B\omega R \sin(\alpha) \cdot dl \cdot \cos(\alpha)$$

dove si è tenuto conto del fatto che l'angolo compreso fra il campo elettromotore  $E_L$  e lo spostamento  $dl$  lungo l'arco di circonferenza è pari a  $\alpha$ . Esprimendo  $dl$  come  $dl=R \cdot d\alpha$  si ottiene che:

$$\Delta V = B\omega R \int_0^{\pi/2} R \sin(\alpha) \cos(\alpha) d\alpha = \frac{B\omega R^2}{2} \int_0^{\pi/2} \sin(2\alpha) d\alpha$$

$$\Delta V = \frac{B\omega R^2}{2} \left[ -\frac{\cos(2\alpha)}{2} \right]_0^{\pi/2}$$

$$\Delta V = \frac{B\omega R^2}{2} \left[ -\frac{-1-1}{2} \right] = \frac{B\omega R^2}{2}$$



### Soluzione problema 2

Quando la spira è completamente fuori dalla regione con  $B \neq 0$  o quando è completamente immersa nella regione con  $B \neq 0$ , il flusso di  $B$  attraverso la spira,  $\Phi(B)$ , è costante e non circola corrente nella spira. Invece nella fase transitoria in cui la spira penetra nella regione con  $B \neq 0$  ma non è completamente immersa in essa, si ha che  $\Phi(B)$  varia nel tempo e di conseguenza, per l'induzione di Faraday, circola corrente nella spira. A tale corrente è associata una dissipazione per effetto Joule che sottrae energia meccanica al moto della spira, causandone una diminuzione di velocità.

Detta  $x$  la porzione di spira entrata nella regione con campo  $B \neq 0$ , per il flusso  $\Phi(B)$  e per la sua derivata rispetto al tempo possiamo scrivere che:

$$\Phi(B) = Blx$$

$$f_{em} = \left| \frac{d\Phi(B)}{dt} \right| = Bl \frac{dx}{dt} = Blv(t)$$

dove  $f_{em}$  è la forza elettromotrice indotta e  $v(t)$  è la velocità della spira, che dipende dal tempo durante la fase transitoria. Alla forza elettromotrice indotta corrisponde una corrente  $I(t)$  nella spira:

$$I(t) = \frac{f_{em}}{R} = \frac{Blv(t)}{R}$$

Tale corrente, per la legge di Lenz, gira in senso orario in figura, per compensare l'aumento del flusso di  $B$  uscente dal foglio. Poiché circola corrente sui rami della spira, e in parte la spira è immersa nel campo magnetico  $B \neq 0$ , si ha una forza meccanica di origine magnetica,  $\mathbf{F}_M = I\mathbf{l} \times \mathbf{B}$ , sulle parti di spira immerse nel campo magnetico. In particolare le forze  $F_M$  che si esercitano sui lati orizzontali della spira sono uguali in modulo ma opposte in verso, e si annullano. Rimane solo la forza  $F_M$  sul lato verticale all'interno del campo magnetico, e che ha verso opposto alla velocità  $v_0$ . Tale forza si oppone quindi al moto della spira e causa un rallentamento della spira. Dato che i vettori  $\mathbf{l}$  e  $\mathbf{B}$  sono fra loro perpendicolari, il modulo  $F_M$  è dato da:

$$F_M = IlB = \frac{Blv(t)}{R} lB = \frac{B^2 l^2 v(t)}{R}$$

Dato che la forza  $F_M$  si oppone al moto della spira, l'accelerazione  $a(t)$  è negativa e il II principio della dinamica si scrive come segue:

$$ma(t) = -F_M = -\frac{B^2 l^2 v(t)}{R}$$

$$a(t) = -\frac{B^2 l^2 v(t)}{mR}$$

$$\frac{dv}{dt} = -\left(\frac{B^2 l^2}{mR}\right)v(t)$$

$$\frac{dv}{v} = -\left(\frac{B^2 l^2}{mR}\right)dt$$

Integrando ambo i membri fra l'istante iniziale ( $t=0$  e  $v=v_0$ ) e un generico istante  $t$  ( $v=v(t)$ ), si ottiene un'espressione per  $v(t)$ :

$$\int_{v_0}^v \frac{dv}{v} = -\left(\frac{B^2 l^2}{mR}\right) \int_0^t dt$$

$$\ln\left(\frac{v}{v_0}\right) = -\left(\frac{B^2 l^2}{mR}\right)t$$

$$v(t) = v_0 \exp\left[-\left(\frac{B^2 l^2}{mR}\right)t\right]$$

La velocità finale della spira sarà quella posseduta alla fine della fase transitoria, ovvero quando lo spazio percorso  $x$  è pari al lato della spira  $l$ ,  $x=l$ . Nell'ultima espressione  $v(t)=dx/dt$ , da cui segue che:

$$v(t) = \frac{dx}{dt} = v_0 \exp\left[-\left(\frac{B^2 l^2}{mR}\right)t\right]$$

$$\int_0^x dx = v_0 \int_0^t e^{-B^2 l^2 t / mR} dt$$

$$x(t) = v_0 \left[ -\frac{e^{-B^2 l^2 t / mR}}{B^2 l^2 / mR} \right]_0^t$$

$$x(t) = \frac{v_0 mR}{B^2 l^2} \left(1 - e^{-B^2 l^2 t / mR}\right)$$

Il tempo impiegato a percorrere la fase transitoria lo otteniamo dall'ultima espressione, imponendo che  $x(t)=l$ :

$$l = \frac{v_0 mR}{B^2 l^2} \left(1 - e^{-B^2 l^2 t / mR}\right)$$

$$\frac{B^2 l^3}{v_0 mR} = 1 - e^{-B^2 l^2 t / mR}$$

$$e^{-B^2 l^2 t / mR} = 1 - \frac{B^2 l^3}{v_0 mR}$$

$$\exp\left[-\left(\frac{B^2 l^2}{mR}\right)t\right] = 1 - \frac{B^2 l^3}{v_0 mR}$$

Sostituendo l'ultima espressione trovata nella funzione esponenziale trovata per la velocità,  $v(t)=v_0 \cdot \exp[-(B^2 l^2 / mR)t]$ , si ottiene il risultato cercato:

$$v = v_0 \left(1 - \frac{B^2 l^3}{v_0 mR}\right)$$

$$v = v_0 - \frac{B^2 l^3}{mR}$$

In particolare si può notare che  $v_0$  deve essere maggiore di  $(B^2 l^3 / mR)$  affinché la spira riesca a penetrare completamente nella regione con campo magnetico  $B \neq 0$ .