**Risultati esame scritto Fisica 1 - 10/02/2014**
**orali: 17/02/2014 alle ore 14:30 presso aula G7**

**(gli studenti interessati a visionare lo scritto sono pregati di presentarsi il giorno dell'orale)**

**Nuovo Ordinamento**

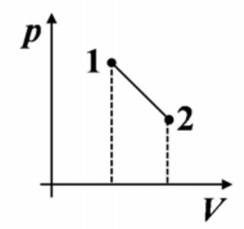
| | | voto | |
|---|---|---|---|
| AIELLO | ANTONELLA | nc | |
| AIELLO | FEDERICA | 15 | |
| ARCOBELLI | VALERIO | nc | |
| ARCURI | VITTORIA | nc | |
| BARRESI | ROCCO | nc | |
| BERTUCCI | SILVIA | nc | |
| BIANCO | FRANCESCA | 20 | ammesso |
| CALIGIURI | ISABELLA | nc | |
| CALZONE | ROCCO | nc | |
| CANINO | MARIA | 15 | |
| CAPICOTTO | DAVIDE | nc | |
| CARBONE | PASQUALE CARMINE | 13 | |
| CARCHEDI | GIUSY | nc | |
| CARUSO | FRANCESCA | nc | |
| CASCIANA | FRANCESCO | nc | |
| CATANZARITI | ROBERTA | nc | |
| CIACCI | MARCO FEDELE | 17 | ammesso |
| CIAMBRONE | ANTONIO | nc | |
| CICCARELLO | LUCA | nc | |
| CLEMENTE | FILIPPO | nc | |
| COVANI | DEMETRIO | nc | |
| DE MASI | GIADA | 12 | |
| DOLCE | FABIOLA | 12 | |
| ESPOSITO | ANTONIO | nc | |
| FERRARO | GABRIELLA | nc | |
| GABRIEL | GABRIELE | nc | |
| GIGANTE | ANTONIETTA | 14 | |
| GRIMALDI | FRANCESCO | nc | |
| GULLI' | FRANCESCA | nc | |
| IANNACCARI | ANNALISA | nc | |
| LAHRACH | YASSINE | nc | |
| LENTINI | MATTIA | nc | |
| LIONTE | LEYLA | nc | |
| LIUZZI | SALVATORE | nc | |
| LOMBARDO | STEFANO | nc | |
| MAMO | LUIGI ANTONIO | nc | |
| MARINO (112892) | FRANCESCA | nc | |
| MARINO (109813) | FRANCESCA | nc | |
| MARINO | MARIA TERESA | 20 | ammesso |
| MARTINIS | MARIA CHIARA | 14 | |
| MASCIARI | MATTEO | nc | |
| MERCURIO | ILARIA | nc | |
| METE | PAOLA | 18 | ammesso |
| MORELLO | MARIA CATERINA | nc | |
| MUSTARO | CRISTIAN | nc | |
| OLIVA | GIUSEPPE | 17 | ammesso |
| PASSAFARO | ANTONIO | 16 | |
| PROGANO' | ROCCO | nc | |
| PUGLIESE | FILOMENA | 17 | ammesso |
| RICCO | ANDREA | nc | |
| RIZZICA | MAILA | nc | |
| ROTUNDO | MARKUS ELIO | 10 | |
| RUBINO | VINCENZO | nc | |
| RUSSO | ERICA | 17 | ammesso |
| SCARPINO | ILEANA | 14 | |
| SCIGLIANO | ANTONIO GIUSEPPE | nc | |
| SERGI | CARLA | nc | |
| SOLLAZZO | AMALIA | 12 | |
| SPAGNOLO | EMANUELE | 13 | |
| SPAGNUOLO | SIMONE | 17 | ammesso |
| STELLA | EMANUELA | nc | |
| TASSONE | ANTONIO | 11 | |
| TORCASIO | PAVEL | nc | |
| TURANO | VINCENZA | nc | |

nc=non classificato

# Esame di Fisica 1

**Corso Interateneo di Ing. Informatica e Biomedica – 10/02/2014**

**Problema 1**




Due moli di gas perfetto si trovano ad una temperatura $T_1$=273K e compiono la trasformazione quasi-statica rappresentata in figura, in cui il volume raddoppia e la pressione dimezza. Calcolare la quantità di calore $\Delta Q$ assorbita dal gas. [Costante dei gas perfetti $R$=8.31J/K·mol].

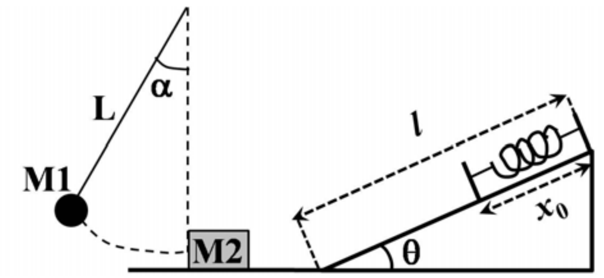
**Problema 2**

Sia dato un pendolo il cui filo ha lunghezza $L$=4.0m e la cui massa è $M_1$=1.0kg. Esso parte da una posizione di quiete con un certo angolo $\alpha$ dalla direzione verticale. Quando raggiunge la posizione verticale, la massa $M_1$ urta elasticamente un corpo di massa $M_2$=2.0kg che si trova in quiete su un piano orizzontale (vedi figura). Dopo l'urto il corpo di massa $M_2$ incontra un piano inclinato con angolo $\theta$=30° rispetto all'orizzontale e di lunghezza pari a $l$=2.0m, e inizia a risalirlo. Alla fine del piano inclinato è posizionata una molla di lunghezza a riposo $x_0$=1.0m e costante elastica $k$=104.0N/m; un'estremità della molla è vincolata alla fine del piano inclinato mentre l'altra estremità si trova lungo il piano inclinato (come in figura).

1) Supponendo che quando il corpo di massa $M_2$ ha raggiunto la sua quota massima la molla risulta compressa di $\Delta x$=0.3m, determinare l'angolo $\alpha$ iniziale da cui è stato rilasciato il pendolo. Si trascuri qualsiasi attrito.

2) Dato l'angolo $\alpha$ del punto 1), e supponendo che ci sia attrito con coefficiente $\mu$ lungo il piano inclinato, si determini il valore di $\mu$ affinché il corpo $M_2$ arrivi alla molla senza comprimerla.

[Accelerazione di gravità $g$=9.8m/s$^2$]



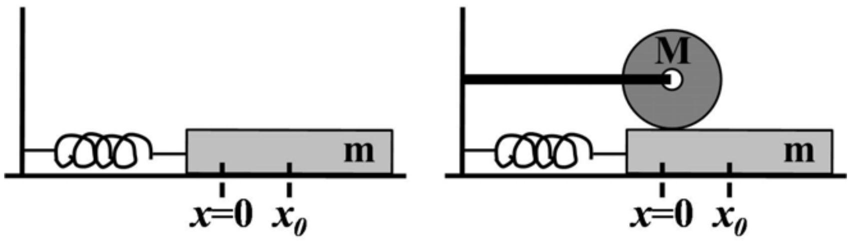

**Problema 3**

Si consideri una lastra di massa $m$=5.0kg su un piano orizzontale privo di attrito, e legata ad una molla di costante elastica $k$=500N/m, come mostrato in figura (a sinistra). La molla è inizialmente allungata di un tratto $x_0$ dalla sua posizione di equilibrio e la lastra $m$ è mantenuta in quiete. Si scelga l'asse $x$ del sistema di riferimento avente lo zero nella posizione di equilibrio della molla: con questa scelta la variabile $x$ indica sempre la deformazione della molla, oltre che la posizione della lastra $m$. All'istante $t_0$=0sec, la lastra $m$ viene lasciata libera di muoversi sotto l'azione della forza elastica.

1) Si scriva la conservazione dell'energia meccanica fra l'istante iniziale e un generico istante $t$ successivo al rilascio della lastra $m$. Effettuando la derivata rispetto al tempo di tale equazione, si dimostri che la lastra $m$ si muove di moto oscillatorio e si calcoli il periodo $T$ dell'oscillazione.

2) Nella situazione precedente, si consideri un rullo cilindrico di massa $M$=10.0kg, libero di ruotare intorno al proprio asse e mantenuto in posizione orizzontale da un braccetto (figura a destra). Il rullo è a contatto con la lastra $m$ ed è presente attrito fra rullo e lastra. Come prima la lastra viene lasciata libera di muoversi e mette in moto di puro rotolamento il rullo soprastante. Si scriva la conservazione dell'energia fra l'istante iniziale e un generico istante $t$, e con lo stesso metodo di prima si calcoli il nuovo periodo $T$ dell'oscillazione. Si trascuri l'attrito di rotolamento.

[Momento di inerzia del cilindro $I$=½$MR^2$].



**Soluzione problema 1**

Dato che il volume raddoppia e la pressione dimezza, detti rispettivamente $V_1$ e $p_1$ il volume e la pressione iniziali e $V_2$ e $p_2$ il volume e la pressione finali, si ha che:

$$V_2 = 2V_1$$

$$p_2 = \frac{1}{2} p_1$$

$$p_2 V_2 = \frac{1}{2} p_1 \cdot 2V_1 = p_1 V_1$$

L'ultima relazione ci dice che lo stato iniziale e lo stato finale hanno la stessa temperatura $T_1$=273K, e di conseguenza la differenza di energia interna $\Delta U$=0. Applicando il I principio della termodinamica, $\Delta U = \Delta Q - \Delta W$ si ottiene che $\Delta Q = \Delta W$. Per calcolare il calore scambiato con l'esterno basta allora calcolare il lavoro $\Delta W$ svolto durante la trasformazione, lavoro che coincide con l'area sottesa alla curva (area del trapezio in figura):

$$\Delta W = \frac{1}{2}(p_1 + p_2)(V_2 - V_1) = \frac{1}{2}\left(\frac{3}{2} p_1\right)(V_1) = \frac{3}{4} p_1 V_1$$

$$\Delta W = \frac{3}{4} p_1 V_1 = \frac{3}{4} nRT_1$$

$$\Delta \mathrm{Q} = \Delta W = \frac{3}{4} nRT_1 \cong 3403\mathrm{J}$$

**Soluzione problema 2**

Punto 1): Il pendolo parte da una posizione di quiete con una certa energia potenziale $U$ e arriva alla posizione verticale, dove l'energia potenziale è stata convertita in energia cinetica $K$:

$$U = M_1 gL(1 - \cos\alpha)$$

$$K = \frac{1}{2} M_1 v_1^2$$

$$K = U \rightarrow \frac{1}{2} M_1 v_1^2 = M_1 gL(1 - \cos\alpha)$$

$$v_1^2 = 2gL(1 - \cos\alpha)$$

La velocità $v_1$ appena determinata è la velocità iniziale con cui il corpo $M_1$ urta elasticamente il corpo $M_2$.
Applicando le leggi degli urti elastici, ovvero conservazione della quantità di moto e conservazione dell'energia cinetica (nella sua formula lineare e non quadratica per gli urti elastici in una sola dimensione), si può trovare la velocità $v_{2f}$ che possiede il corpo $M_2$ subito dopo l'urto:

$$\begin{cases} M_1 v_1 = M_1 v_{1f} + M_2 v_{2f} \\ v_1 + v_{1f} = v_{2f} \end{cases}$$

$$\begin{cases} M_1 v_1 = M_1 v_{1f} + M_2 v_{2f} \\ v_{1f} = v_{2f} - v_1 \end{cases}$$

$$\begin{cases} M_1 v_1 = M_1\left(v_{2f} - v_1\right) + M_2 v_{2f} \\ v_{1f} = v_{2f} - v_1 \end{cases}$$

$$2M_1 v_1 = \left(M_1 + M_2\right) v_{2f}$$

$$v_{2f} = \frac{2M_1}{\left(M_1 + M_2\right)} v_1$$

dove nell'ultima espressione $v_1$ è quella calcolata precedentemente.
Dopo l'urto il corpo $M_2$ possiede quindi una certa energia cinetica $K_2$ che viene tutta convertita in energia potenziale elastica e in energia potenziale legata alla quota raggiunta sul piano inclinato. Dopo l'urto, dette $E_i$ e $E_f$ ripettivamente l'energia iniziale e finale del corpo $M_2$, si hanno i seguenti risultati:

$$E_i = K_2 = \frac{1}{2} M_2 v_{2f}^2$$

$$E_f = M_2 g\left(l - x_0 + \Delta x\right)\sin\theta + \frac{1}{2} k\left(\Delta x\right)^2$$

Dato che non sono presenti forze di attrito per la conservazione dell'energia meccanica si possono uguagliare $E_i$ e $E_f$, sostituendo in $v_{2f}$ l'espressione trovata prima:

$$\frac{1}{2} M_2 v_{2f}^2 = M_2 g\left(l - x_0 + \Delta x\right)\sin\theta + \frac{1}{2} k\left(\Delta x\right)^2$$

$$\frac{1}{2} M_2 \left[\frac{2M_1}{\left(M_1 + M_2\right)} v_1\right]^2 = M_2 g\left(l - x_0 + \Delta x\right)\sin\theta + \frac{1}{2} k\left(\Delta x\right)^2$$

$$\frac{1}{2} M_1 \frac{4M_1 M_2}{\left(M_1 + M_2\right)^2} v_1^2 = M_2 g\left(l - x_0 + \Delta x\right)\sin\theta + \frac{1}{2} k\left(\Delta x\right)^2$$

$$\frac{1}{2} M_1 \frac{4M_1 M_2}{\left(M_1 + M_2\right)^2} \cdot 2gL\left(1 - \cos\alpha\right) = M_2 g\left(l - x_0 + \Delta x\right)\sin\theta + \frac{1}{2} k\left(\Delta x\right)^2$$

$$M_1 \frac{4M_1 M_2}{\left(M_1 + M_2\right)^2} gL\left(1 - \cos\alpha\right) = M_2 g\left(l - x_0 + \Delta x\right)\sin\theta + \frac{1}{2} k\left(\Delta x\right)^2$$

Sostituendo nell'ultima espressione i valori numerici del problema si trova che:

$$34.8\left(1 - \cos\alpha\right) = 12.7 + 4.7$$

$$\cos\alpha = 0.5 \rightarrow \alpha = 60°$$

Punto 2): Fino al piano inclinato il problema descritto è analogo a quello del punto 1). Quindi se ne conclude che il corpo $M_2$ arriva all'inizio del piano inclinato con la stessa velocità $v_{2f}$ calcolata al punto 1):

$$v_{2f} = \frac{2M_1}{\left(M_1 + M_2\right)} \sqrt{2gL\left(1 - \cos\alpha\right)}$$

In questo caso però è presente una forza di attrito lungo il piano inclinato, che sottrae energia meccanica al corpo $M_2$. L'energia iniziale all'inizio del piano inclinato è tutta energia cinetica, $K_2$:

$$E_i = K_2 = \frac{1}{2} M_2 v_{2f}^2$$

Questa energia viene convertita in energia potenziale legata alla quota raggiunta sul piano inclinato e in energia dissipata dalla forza di attrito (non c'è invece energia potenziale elastica dato che la molla non viene compressa). Detta

$s=l-x_0$ la lunghezza percorsa sul piano inclinato fino all'inizio della molla, la forza di attrito $F_A$ e il lavoro $W_A$ fatto dalla forza di attrito sono dati rispettivamente da:

$$F_A = \mu N = \mu M_2 g \cos\theta$$

$$W_A = F_A s = \mu M_2 g s \cos\theta$$

Allora la conversione dell'energia cinetica iniziale diventa:

$$E_i = M_2 g s \sin\theta + W_A$$

$$\frac{1}{2} M_2 v_{2f}^2 = M_2 g s \sin\theta + \mu M_2 g s \cos\theta$$

$$v_{2f}^2 = 2gs\sin\theta + \mu 2gs\cos\theta$$

$$\mu = \frac{v_{2f}^2 - 2gs\sin\theta}{2gs\cos\theta} = \frac{v_{2f}^2}{2gs\cos\theta} - \tan\theta$$

Sostituendo l'espressione per $v_{2f}$ e $s=l-x_0$ si ottiene che:

$$\mu = \frac{4M_1^2}{(M_1+M_2)^2}\frac{L(1-\cos\alpha)}{(l-x_0)\cos\theta} - \tan\theta \cong 0.45$$

**Soluzione problema 3**

Punto 1): Inizialmente vi è solo energia potenziale elastica, dovuta all'allungamento della molla, mentre ad un generico istante $t$ successivo al rilascio della lastra si ha sia energia potenziale che energia cinetica. La conservazione dell'energia si scrive pertanto:

$$\frac{1}{2}kx_0^2 = \frac{1}{2}kx^2 + \frac{1}{2}mv^2$$

Tenendo presente che sia $x$ che $v$ sono funzioni del tempo $t$, la derivata rispetto al tempo della precedente equazione diventa:

$$0 = kx\frac{dx}{dt} + mv\frac{dv}{dt}$$

$$0 = kxv + mv\frac{d^2x}{dt^2}$$

$$kx + m\frac{d^2x}{dt^2} = 0$$

$$\frac{d^2x}{dt^2} + \frac{k}{m}x = 0$$

L'ultima espressione rappresenta l'equazione differenziale di un moto armonico, con pulsazione $\omega=(k/m)^{1/2}$. Il periodo $T$ dell'oscillazione è dato allora da:

$$\omega = \frac{2\pi}{T} = \sqrt{\frac{k}{m}}$$

$$T = 2\pi\sqrt{\frac{m}{k}} \cong 0.63\text{sec}$$

Punto 2): In presenza di puro rotolamento del cilindro, la forza di attrito fra lastra e cilindro non dissipa energia perché istante per istante il punto di contatto fra lastra e cilindro è istantaneamente fermo (condizione di puro rotolamento). La conservazione dell'energia è allora analoga a quella del punto 1), ma bisogna tener conto anche dell'energia cinetica di rotolamento:

$$\frac{1}{2}kx_0^2 = \frac{1}{2}kx^2 + \frac{1}{2}mv^2 + \frac{1}{2}I\omega^2$$

In un moto di puro rotolamento si ha che $\omega=v/R$, dove $R$ è il raggio del cilindro. Facendo tale sostituzione e tenendo presente che il momento di inerzia $I$ del cilindro è pari a $I=½MR^2$ si ottiene che:

$$\frac{1}{2}kx_0^2 = \frac{1}{2}kx^2 + \frac{1}{2}mv^2 + \frac{1}{2}I\frac{v^2}{R^2}$$

$$\frac{1}{2}kx_0^2 = \frac{1}{2}kx^2 + \frac{1}{2}mv^2 + \frac{1}{2}\left(\frac{1}{2}MR^2\right)\frac{v^2}{R^2}$$

$$\frac{1}{2}kx_0^2 = \frac{1}{2}kx^2 + \frac{1}{2}mv^2 + \frac{1}{4}Mv^2$$

Derivando l'ultima equazione rispetto al tempo $t$:

$$\frac{1}{2}kx_0^2 = \frac{1}{2}kx^2 + \frac{1}{2}\left(m + \frac{1}{2}M\right)v^2$$

$$0 = kx\frac{dx}{dt} + \left(m + \frac{1}{2}M\right)v\frac{dv}{dt}$$

$$kxv + \left(m + \frac{1}{2}M\right)\frac{d^2x}{dt^2}v = 0$$

$$\frac{d^2x}{dt^2} + \frac{k}{\left(m + \frac{1}{2}M\right)}x = 0 \qquad \text{da confrontare con } \frac{d^2x}{dt^2} + \omega x = 0$$

Anche in questo caso si ottiene l'equazione differenziale di un moto armonico, dove la pulsazione $\omega$ è analoga a quella ottenuta al punto 1) sostituendo alla massa $m$ della sola lastra, il valore $m$+0.5$M$:

$$\omega = \frac{2\pi}{T} = \sqrt{\frac{k}{m + 0.5M}}$$

$$T = 2\pi\sqrt{\frac{m + 0.5M}{k}} \cong 0.89\sec$$