Risultati esame scritto Fisica 2 - 17/02/2014
orali: 20-02-2014 alle ore 10.00 presso aula G8

gli studenti interessati a visionare lo scritto sono pregati di presentarsi il giorno dell'orale;

Nuovo ordinamento

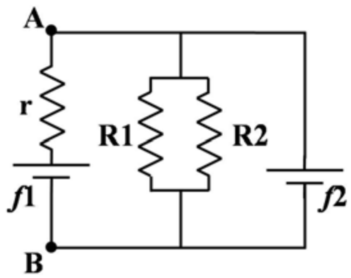
		voto	
AMATO	MATTIA	13	
CASELLA	ALESSANDRO	15	
CIAVARELLA	MARIA	nc	
COPPOLA	MAURIZIO	20	ammesso
COPPOLETTA	ANNA	10	
CRISTOFARO	RAFFAELE	11	
CUTELLE'	ROBERTA	nc	
DRAGONE	DONATELLA	14	
ESPOSITO	FRANCESCO	20	ammesso
GIACOBBE	SAHARA	17	ammesso
IANNI'	GAETANO	20	ammesso
NICOTERA	PASQUALE	20	ammesso
OLIVERIO	MARTA	11	
PALLONE	FRANCESCO	20	ammesso
PUCCIO	LORENZA	nc	
SCICCHITANO	FRANCESCO	nc	
SCUMACI	CRISTINA	12	

nc = non classificato

Per gli studenti del N.O.: possono sostenere l'esame di Fisica 2 solo gli studenti che hanno superato l'esame di Fisica 1

Esame di Fisica 2

Corso Interateneo di Ing. Informatica e Biomedica – 17/02/2014

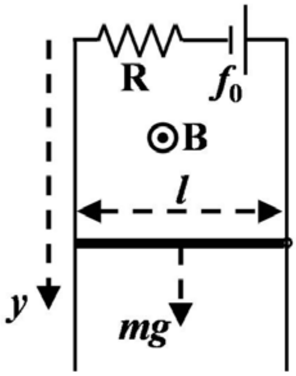


Problema 1

Nel circuito in figura sono note sia le resistenze r=1.0Ω, R_1=10.0Ω e R_2=20.0Ω, che le forze elettromotrici f_1=10.0V e f_2=20.0V. Si calcoli la corrente circolante nella resistenza R_2; si determini inoltre la differenza di potenziale fra i punti A e B (V_A–V_B).

Problema 2

Sia dato un circuito come quello in figura disposto nel piano verticale e costituito da due binari conduttori paralleli, chiusi in alto da una barra conduttrice rigida e fissa, e in basso da una barra mobile in grado di scorrere sui binari senza attrito. Nella barra in alto è inserito un generatore di potenziale, orientato come in figura, con forza elettromotrice pari a f_0. La distanza fra i due binari è pari a l e la resistenza elettrica totale del circuito è pari a R. Il circuito è immerso in un campo magnetico uniforme e costante nel tempo, di modulo B, perpendicolare al circuito stesso e con direzione uscente dal foglio in figura. La barra mobile ha massa m ed è soggetta anche alla forza peso.



1) Determinare la velocità limite, v_{lim}, della barra mobile e la corrispondente corrente I circolante nel circuito (quando v=v_{lim})

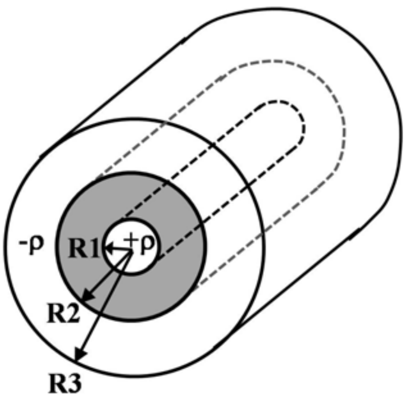
2) Determinare per quale valore di f_0 la barra mobile ha una velocità finale pari a zero.

3) Per un valore di f_0 maggiore di quello determinato al punto 2), la barra mobile ha una velocità limite diretta verso l'alto e compie lavoro contro la forza di gravità. In queste circostanze si determini il rendimento meccanico del sistema, η, definito come il rapporto fra potenza meccanica prodotta (la barra mobile sale contro la forza di gravità) e potenza elettrica fornita dal generatore (per v=v_{lim}).

[esprimere i risultati in funzione dei parametri del problema, m, B, l, R, f_0 e dell'accelerazione di gravità g]

Problema 3

Sia dato un cilindro dielettrico di lunghezza infinita e raggio R_1, con densità di carica di volume uniforme pari a ρ_+=+ρ (positiva). Esso è all'interno di un guscio cilindrico metallico (conduttore) di raggio interno R_1 e raggio esterno R_2. Il tutto è contenuto all'interno di un ulteriore guscio cilindrico di materiale dielettrico con raggio interno R_2 e raggio esterno R_3, dotato di una densità di carica di volume uniforme pari a ρ_-=–ρ (negativa). Detta r la distanza dall'asse del cilindro, si determini:



1) il campo elettrico **E** per $r < R_1$;

2) il campo elettrico **E** per $R_1 \leq r \leq R_2$ e le espressioni delle densità di carica superficiali, σ_{R1} e σ_{R2}, che si hanno rispettivamente sulla faccia interna ed esterna del guscio metallico, sapendo che inizialmente il metallo è neutro;

3) il campo elettrico **E** per $R_2 < r \leq R_3$ e per $r > R_3$;

4) il valore di R_3 affinché il campo elettrico sia nullo per qualsiasi valore di $r > R_3$, supponendo che R_1=3.0cm e R_2=4.0cm

[a parte il punto 4), esprimere i risultati in funzione dei parametri del problema, ρ, R_1, R_2, R_3, della variabile r e di ε_0]

Soluzione problema 1

Nel circuito della figura sostituiamo al parallelo delle due resistenze R_1 e R_2 la resistenza equivalente R_{eq}:

$$\frac{1}{R_{eq}} = \frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2}$$

$$R_{eq} = \frac{R_1 R_2}{R_2 + R_1}$$

Il circuito si riduce allora a sole due maglie. Per applicare il metodo delle maglie scegliamo la maglia costituita dal perimetro esterno del circuito (cioè l'insieme di rami che unisce f_1, r e f_2, lasciando fuori il ramo con R_{eq}), e la maglia costituita invece da f_2 e R_{eq}. Scrivendo le equazioni per queste due maglie si ottiene che:

$$\begin{cases} f_1 - f_2 = I_1 r \\ f_2 = I_2 R_{eq} \end{cases}$$

Senza risolvere il sistema si vede subito, dalla seconda equazione, che la d.d.p. ai capi della resistenza equivalente R_{eq} è pari a f_2. Questa è anche la stessa d.d.p. ai capi della resistenza R_2, da cui segue per la legge di Ohm:

$$f_2 = IR_2$$

$$I = \frac{f_2}{R_2} = 1.0\text{A}$$

dove l'ultima espressione è la corrente circolante nella resistenza R_2.

La d.d.p. fra i punti A e B del circuito è pari alla d.d.p. ai capi del generatore f_2, dato che i poli di tale generatore sono collegati direttamente ai punti A e B rispettivamente. Per cui se ne deduce che:

$$V_A - V_B = f_2 = 20.0\text{V}$$

Soluzione problema 2

Punto 1): Il flusso del campo magnetico $\Phi(B)$ attraverso il piano del circuito è dato da:

$$\Phi(B) = Bly(t)$$

dove y è la distanza della barra mobile dalla barra fissa in cima al circuito (con l'asse y orientato verso il basso, come in figura). Applichiamo la legge dell'induzione di Faraday e otteniamo la forza elettromotrice indotta, f_i:

$$f_i = \left|\frac{d\Phi(B)}{dt}\right| = Bl\,\frac{dy(t)}{dt} = Blv(t)$$

con v velocità istantanea della barra mobile. Dato che l'asse y è orientato verso il basso, la velocità v è positiva quando è diretta verso il basso. In questa situazione (barra mobile che si muove verso il basso) si ha un aumento di $\Phi(B)$ attraverso il circuito e pertanto la corrispondente f_i fa girare la corrente in senso orario in figura. In questa situazione allora f_i e f_0 sono concordi e i loro effetti si sommano ai fini della corrente I circolante nel circuito (in senso orario):

$$I = \frac{f_i}{R} + \frac{f_0}{R} = \frac{Blv}{R} + \frac{f_0}{R}$$

Viceversa, se v è negativa (barra che si muove verso l'alto) si ottiene una f_i che si oppone a f_0 nella precedente formula (la formula rimane invariata perché è il segno "meno" della velocità negativa che esprime questa discordanza di f_i e f_0).

Dalla corrente ci possiamo calcolare la forza meccanica di origine magnetica, $\mathbf{F_M}=I\boldsymbol{l}\times\mathbf{B}$ (prodotto vettoriale), che agisce sulla barretta mobile; dato che la corrente nella barretta mobile è perpendicolare al campo magnetico B, per il modulo di F_M abbiamo che:

$$F_M = IlB = \frac{B^2 l^2 v}{R} + \frac{Blf_0}{R}$$

La direzione di F_M è verticale (parallelo all'asse y); per quanto riguarda il verso (verso l'alto o verso il basso) osserviamo come prima che nel caso di v positiva (diretta verso il basso) la corrente I circola in senso orario in figura e F_M è diretta verso l'alto (si oppone cioè alla caduta della barra mobile). Se v è negativa, la corrente I in senso orario

diminuisce e anche la F_M, ma come prima non è necessario modificare l'ultima formula ottenuta (perché il segno "meno" della v tiene già conto di questo effetto).
Tenuto conto che sulla barra mobile agiscono la forza peso verso il basso (direzione positiva dell'asse y) e la F_M appena trovata verso l'alto (direzione negativa dell'asse y), il II principio della dinamica si scrive come segue:

$$ma = mg - F_M$$

$$ma = mg - \frac{B^2 l^2 v}{R} - \frac{Blf_0}{R}$$

$$ma = \left(mg - \frac{Blf_0}{R} \right) - \frac{B^2 l^2 v}{R}$$

La velocità limite è quella velocità posseduta dalla barra mobile quando l'accelerazione è pari a zero. Imponendo a=0 nell'ultima formula si trova la velocità limite, v_{lim}:

$$\left(mg - \frac{Blf_0}{R} \right) - \frac{B^2 l^2 v_{\lim}}{R} = 0$$

$$v_{\lim} = \frac{mgR}{B^2 l^2} - \frac{f_0}{Bl}$$

La corrispondente corrente I circolante nel circuito la troviamo sostituendo l'espressione trovata per v_{lim} alla velocità v nell'espressione della corrente determinata più sopra:

$$I = \frac{f_i}{R} + \frac{f_0}{R} = \frac{Blv}{R} + \frac{f_0}{R}$$

$$I = \frac{Bl}{R}\left(\frac{mgR}{B^2 l^2} - \frac{f_0}{Bl} \right) + \frac{f_0}{R}$$

$$I = \frac{mg}{Bl} - \frac{f_0}{R} + \frac{f_0}{R} = \frac{mg}{Bl}$$

Come vediamo quando $v=vlim$, la corrente I circolante nel circuito non dipende dalla d.d.p. del generatore f_0 e dalla resistenza R.

Punto 2): Dato che la velocità limite è la velocità posseduta dalla barra mobile per $t \to \infty$, la barra mobile ha velocità finale pari a zero quando la v_{lim} determinata al punto 1) è pari a zero:

$$v_{\lim} = \frac{mgR}{B^2 l^2} - \frac{f_0}{Bl} = 0$$

$$f_0 = \frac{mgR}{Bl}$$

Punto 3): Se f_0 è maggiore del valore riportato nell'ultima espressione, la velocità limite v_{lim} è negativa (diretta verso l'alto). In questo caso il circuito funziona come un motore elettrico per sollevare una massa m, quella della barra mobile. Allora parte della potenza elettrica erogata dal generatore f_0 viene convertita in potenza meccanica, contro la forza di gravità. La potenza meccanica, P_{MECC}, sviluppata è pari a:

$$P_{MECC} = -F_P \cdot v_{\lim} = -mg \cdot v_{\lim}$$

$$P_{MECC} = \frac{mgf_0}{Bl} - \frac{m^2 g^2 R}{B^2 l^2}$$

D'altra parte la potenza elettrica P_{ELETT} erogata è pari a:

$$P_{ELETT} = f_0 I$$

$$P_{ELETT} = \frac{mgf_0}{Bl}$$

dove abbiamo sostituito alla corrente I l'espressione trovata al punto 1), della corrente circolante quando $v=v_{lim}$.

Facendo il rapporto P_{MECC} / P_{ELETT} si ottiene il rendimento η:

$$\eta = \frac{P_{MECC}}{P_{ELETT}} = \left(\frac{mgf_0}{Bl} - \frac{m^2 g^2 R}{B^2 l^2} \right) \cdot \frac{Bl}{mgf_0}$$

$$\eta = 1 - \frac{mgR}{Blf_0}$$

Soluzione problema 3

Data la simmetria cilindrica delle distribuzioni di carica del problema, il campo elettrico in tutto lo spazio rispecchia tale simmetria cilindrica e avrà direzione radiale (cioè parallelo ai raggi che partono dall'asse centrale dei cilindri dati) mentre sarà uniforme lungo l'asse parallelo all'asse dei cilindri.

Risolviamo il calcolo dei campi elettrici col teorema di Gauss, considerando di volta in volta una superficie cilindrica gaussiana di raggio r opportuno, altezza H generica e concentrico con i cilindri dati nel problema.

Punto 1): Consideriamo una superficie gaussiana cilindrica di raggio $r < R_1$ e applichiamo il teorema di Gauss, calcoliamo cioè il flusso del campo elettrico **E** attraverso la superficie gaussiana. Dato che il campo ha direzione radiale (perpendicolare quindi alla superficie gaussiana punto per punto), il flusso si riduce al prodotto del modulo di **E** per la superficie laterale del cilindro gaussiano:

$$2\pi r H E = \frac{\pi r^2 H \rho}{\varepsilon_0}$$

$$E = \frac{\rho r}{2\varepsilon_0}$$

che è diretto verso l'esterno perché il valore ottenuto per E è positivo.

Punto 2): All'interno del metallo il campo elettrico all'equilibrio è sempre pari a zero, ovvero E=0 per $R_1 \le r \le R_2$. Applicando il teorema di Gauss ad una superficie cilindrica con r tale che $R_1 \le r \le R_2$, bisogna ottenere che la carica totale racchiusa all'interno della superficie gasussiana sia pari a zero, per avere E=0. Ma all'interno della superficie gaussiana si ha la carica del cilindro dielettrico di raggio R_1 e la densità di carica superficiale sulla faccia interna del guscio metallico, σ_{R1}:

$$\pi R_1^2 H \rho + 2\pi R_1 H \sigma_{R1} = 0$$

$$\sigma_{R1} = -\frac{R_1 \rho}{2}$$

che è negativa, ovvero sulla faccia interna c'è una densità di carica negativa. Dato che inizialmente il guscio metallico era neutro, bisogna avere sulla faccia esterna (per r=R_2) una carica uguale e contraria a quella che si ha sulla faccia interna (per r=R_1). Allora per la distribuzione di carica su R_2, σ_{R2}, troviamo la seguente espressione:

$$2\pi R_1 H \sigma_{R1} + 2\pi R_2 H \sigma_{R2} = 0$$

$$\sigma_{R2} = -\frac{R_1}{R_2}\sigma_{R1}$$

$$\sigma_{R2} = \frac{R_1^2 \rho}{2R_2}$$

che è una distribuzione di carica positiva.

Punto 3): Consideriamo una superficie cilindrica gaussiana di raggio r con $R_2 < r < R_3$. Al suo interno ci sono la distribuzione di carica $+\rho$ del cilindro dielettrico più interno, le distribuzioni di carica superficiali, σ_{R1} e σ_{R2}, appena calcolate, e parte della distribuzione di carica negativa $-\rho$ del guscio cilindrico dielettrico più esterno. Vale la pena osservare però che la carica del cilindro dielettrico più interno ($+\rho$) e quella della superficie metallica più interna (σ_{R1})

danno contributi uguali ed opposti alla carica totale e si annullano. Rimangono pertanto solo σ_{R2} e la frazione di carica negativa $-\rho$. Applicando il teorema di Gauss con tali considerazioni si ottiene che:

$$2\pi rHE = \left(\pi r^2 H - \pi R_2^2 H\right)\frac{(-\rho)}{\varepsilon_0} + 2\pi R_2 H\,\frac{\sigma_{R2}}{\varepsilon_0}$$

$$E = \frac{\left(r^2 - R_2^2\right)}{r}\frac{(-\rho)}{2\varepsilon_0} + \frac{R_2}{r}\frac{\sigma_{R2}}{\varepsilon_0}$$

$$E = \frac{\left(r^2 - R_2^2\right)}{r}\frac{(-\rho)}{2\varepsilon_0} + \frac{R_2}{r}\frac{1}{\varepsilon_0}\left(\frac{R_1^2\rho}{2R_2}\right)$$

$$E = -\left(r^2 - R_2^2\right)\frac{\rho}{2\varepsilon_0 r} + R_1^2\,\frac{\rho}{2\varepsilon_0 r}$$

$$E = \left(R_1^2 + R_2^2 - r^2\right)\frac{\rho}{2\varepsilon_0 r}$$

Il campo elettrico E appena trovato è diretto verso l'esterno per $r < (R_1^2+R_2^2)^{1/2}$, mentre per r maggiore di tale valore il campo elettrico sarà diretto verso l'interno. Va osservato però che r può diventare maggiore di $(R_1^2+R_2^2)^{1/2}$ solo se R_3 è maggiore di tale valore.

Per $r > R_3$ ripetiamo un ragionamento analogo al precedente, ma in questo caso va considerata tutta la distribuzione di carica $-\rho$ e non solo una sua frazione:

$$2\pi rHE = \left(\pi R_3^2 H - \pi R_2^2 H\right)\frac{(-\rho)}{\varepsilon_0} + 2\pi R_2 H\,\frac{\sigma_{R2}}{\varepsilon_0}$$

$$E = \frac{\left(R_3^2 - R_2^2\right)}{r}\frac{(-\rho)}{2\varepsilon_0} + \frac{R_2}{r}\frac{\sigma_{R2}}{\varepsilon_0}$$

$$E = \frac{\left(R_3^2 - R_2^2\right)}{r}\frac{(-\rho)}{2\varepsilon_0} + \frac{R_2}{r}\frac{1}{\varepsilon_0}\left(\frac{R_1^2\rho}{2R_2}\right)$$

$$E = -\left(R_3^2 - R_2^2\right)\frac{\rho}{2\varepsilon_0 r} + R_1^2\,\frac{\rho}{2\varepsilon_0 r}$$

$$E = \left(R_1^2 + R_2^2 - R_3^2\right)\frac{\rho}{2\varepsilon_0 r}$$

La direzione di tale campo elettrico E, verso l'esterno o l'interno, dipende dal valore di $(R_1^2+R_2^2-R_3^2)$: se esso è maggiore di zero allora il campo elettrico è diretto verso l'esterno, altrimenti esso è diretto verso l'interno.

Punto 4): Dall'ultima espressione trovata si vede che il campo elettrico E=0 ovunque per $r > R_3$ se $(R_1^2+R_2^2-R_3^2)$=0. Con i valori dati dal problema per R_1 e R_2, si trova che:

$$R_3^2 = R_1^2 + R_2^2$$

$$R_3 = \sqrt{R_1^2 + R_2^2} = 5.0\text{cm}$$