Risultati esame scritto Fisica 2 - 30/06/2014
orali: 04-07-2014 alle ore 14.00 presso aula I

gli studenti interessati a visionare lo scritto sono pregati di presentarsi il giorno dell'orale

Nuovo ordinamento

		voto	
BIANCO	TOMMASO	17	ammesso
BRUZZANITI	VALERIA	nc	
CIACCI	MARCO FEDELE	nc	
CONDEMI	GIUSEPPE ALESSIO	14	
COVANI	DEMETRIO	nc	
CURCIO	TOMMASO	11	
CUSTURERI	FRANCESCO	nc	
FERRARI	FRANCESCO	nc	
GALUPPO	MANUEL	13	
GIACOBBE	SAHARA	13	
LAHRACH	YASSINE	13	
LIUZZI	SALVATORE	nc	
MARINO	MARIA TERESA	17	ammesso
MARTINIS	MARIA CHIARA	nc	
MERCURIO	ILARIA	13	
PERSIA	ALESSIA	13	
RENDA	DOMENICO	nc	
ROTUNDO	MARKUS ELIO	13	
SCARPINO	ILEANA	nc	
SPAGNUOLO	SIMONE	17	ammesso
URSINI	ANDREA	nc	
VATRANO	ANTONIO	nc	
VATRELLA	VALERIANO	15	

Vecchio ordinamento

	voto	
MONTESANTI	18	ammesso
MUNGO	19	ammesso

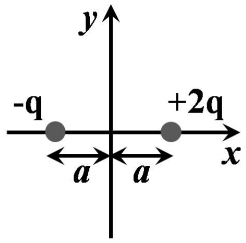
Per gli studenti del N.O.: possono sostenere l'esame di Fisica 2 solo gli studenti che hanno superato l'esame di Fisica 1

Esame di Fisica 2

Corso Interateneo di Ing. Informatica e Biomedica ï 30/06/2014

Problema 1

Sia dato un sistema di assi cartesiani, come in figura, e due cariche puntiformi rispettivamente pari a $Q_1 = +2q$ (positiva) e $Q_2 = -q$ (negativa). Entrambe le cariche si trovano sull'asse delle x, la carica Q_1 a distanza $+a$ dall'origine, lungo il semiasse positivo, e la carica Q_2 a distanza $-a$, lungo il semiasse negativo (vedi figura). Se a=0.172m si determini in quali punti del piano xy il campo elettrico totale, **E**, generato da Q_1 e Q_2 è pari a zero.



Problema 2

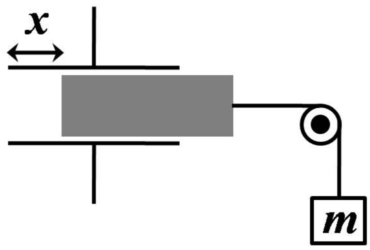
Sia dato un condensatore piano con piastre quadrate di lato l=3.0m e separazione d=0.001m fra le piastre, con allôinterno una lastra isolante di costante dielettrica relativa ε_r=2.5 e con forma di parallelepipedo a facce quadrate di lato l e spessore pari a d (ovvero di dimensione pari al volume interno del condensatore). Inizialmente la lastra isolante occupa tutto lo spazio interno del condensatore e questôultimo è collegato ad un generatore di tensione V_0=1750V.

1) Determinare la carica Q_0 presente sulle armature del condensatore collegato al generatore.

Successivamente, dopo aver aperto il circuito (quindi il condensatore è ora isolato, sconnesso dal generatore ma con carica pari a Q_0), la lastra isolante viene collegata ad un corpo di massa m=0.01kg, tramite una carrucola ed una fune inestensibile entrambi di massa trascurabile, come rappresentato in figura.

2) Detta x la distanza percorsa dalla lastra (vedi figura), si determini per quale valore di x l'accelerazione a della lastra e della massa m è pari a zero, trascurando qualsiasi forma di attrito.

3) Sempre trascurando qualsiasi forma di attrito, determinare qual è il massimo valore di x raggiunto, prima che la lastra isolante non inverta il moto e sia nuovamente risucchiata all'interno del condensatore.



Problema 3

Sia data una spria conduttrice quadrata di lato a e resistenza elettrica R, disposta lungo il piano verticale e in rotazione con velocità angolare ω costante intorno all'asse verticale passante per uno dei lati della spira (vedi figura). La spira è immersa in un campo magnetico NON uniforme, $B(r)$, ma comunque diretto ovunque verticalmente verso l'alto. L'espressione del modulo B del campo magnetico è $B(r)=B_0+A\cdot r$, dove B_0 e A sono costanti di dimensioni opportune e r è la coordinata radiale uscente dall'asse di rotazione (ovvero rappresenta la distanza dall'asse di rotazione). Si tratta quindi di un campo magnetico a simmetria cilindrica con asse della simmetria coincidente con l'asse di rotazione della spira. Inoltre solo la metà superiore della spira è immersa in tale campo magnetico (vedi figura), mentre la metà inferiore si trova in campo magnetico nullo.

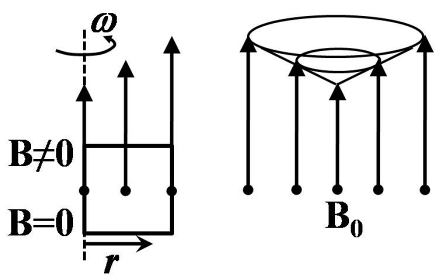
Trascurando qualsiasi forza di attrito e qualsiasi effetto dovuto alla gravità:

1) si determini la corrente I circolante nella spira

2) si determini il modulo del momento delle forze, M_{TOT}, applicato dall'esterno per mantenere la velocità angolare ω costante

3) si dimostri che la potenza meccanica fornita dall'esterno, W_{MECC}, è pari alla potenza dissipata per effetto Joule, W_J

[si esprimano i risultati in funzione dei parametri ω, a, R, B_0 e A]



Soluzione problema 1

Affinché il campo elettrico totale delle due cariche sia nullo deve verificarsi che la somma vettoriale dei campi elettrici $\mathbf{E}_1$ e $\mathbf{E}_2$ prodotti dalle cariche siano antiparalleli e uguali in modulo. Ma a parte l'asse delle x in qualsiasi altro punto del piano xy i campi $\mathbf{E}_1$ e $\mathbf{E}_2$ non sono fra loro paralleli o antiparalleli. Quindi il problema si riduce a calcolare i campi elettrici sull'asse x:

$$E_1 = \frac{2q}{4\pi\varepsilon_0}\frac{1}{(x-a)^2} \qquad \text{per } x > a$$

$$E_1 = -\frac{2q}{4\pi\varepsilon_0}\frac{1}{(x-a)^2} \qquad \text{per } x < a$$

$$E_2 = \frac{-q}{4\pi\varepsilon_0}\frac{1}{(x+a)^2} \qquad \text{per } x > -a$$

$$E_2 = \frac{+q}{4\pi\varepsilon_0}\frac{1}{(x+a)^2} \qquad \text{per } x < -a$$

Si vede allora che i campi elettrici E_1 e E_2 sono concordi per $-a<x<a$, e la loro somma non può allora essere pari a zero. Per $x>a$ i due campi sono discordi, ma si ha che $|E_1|>|E_2|$ e quindi la somma vettoriale dei campi sarà sempre diversa da zero. Per $x<-a$ i due campi sono discordi e in questo caso si può avere che $E_1+E_2=0$:

$$E_1 + E_2 = -\frac{2q}{4\pi\varepsilon_0}\frac{1}{(x-a)^2} + \frac{q}{4\pi\varepsilon_0}\frac{1}{(x+a)^2} \qquad \text{per } x < -a$$

$$0 = -\frac{2q}{4\pi\varepsilon_0}\frac{1}{(x-a)^2} + \frac{q}{4\pi\varepsilon_0}\frac{1}{(x+a)^2}$$

$$\frac{2q}{4\pi\varepsilon_0}\frac{1}{(x-a)^2} = \frac{q}{4\pi\varepsilon_0}\frac{1}{(x+a)^2}$$

$$\frac{2}{(x-a)^2} = \frac{1}{(x+a)^2}$$

$$x^2 + 6xa + a^2 = 0$$

Risolvendo l'equazione di II grado per x si ottiene che:

$$x_{1,2} = a\left(-3 \pm 2\sqrt{2}\right)$$

Dato che deve essere $x<-a$ l'unica soluzione accettabile è:

$$x = a\left(-3 - 2\sqrt{2}\right) \approx -1.0\text{m}$$

Soluzione problema 2

Punto 1): Per la capacità di un condensatore piano riempito con isolante di costante dielettrica ε_r abbiamo la seguente espressione:

$$C_0 = \frac{\varepsilon_r \varepsilon_0 l^2}{d}$$

Quando il condensatore è collegato ad un generatore con differenza di potenziale V_0, si ottiene per la carica Q_0:

$$Q_0 = C_0 V_0 = \frac{\varepsilon_r \varepsilon_0 l^2}{d} V_0 \approx 0.35\text{mC}$$

Punto 2): Quando una massa m viene collegata alla lastra isolante, l'azione della forza peso cercherà di portare fuori dal condensatore la lastra isolante, ma la forza elettrostatica si oppone a tale moto (una lastra dielettrica è sempre attirata all'interno di un condensatore). Abbiamo allora due forze, la forza peso F_P e la forza elettrostatica F_{El} che si oppongono una all'altra; quando sono uguali in modulo si ha che l'accelerazione a del sistema è pari a zero. Per calcolare la forza elettrostatica F_{El}, calcoliamo l'energia potenziale elettrostatica $U(x)$ e facendone la derivata rispetto a x si ottiene la forza cercata:

$$U(x) = \frac{1}{2}\frac{Q_0^2}{C(x)}$$

A tal fine ci serve l'espressione della capacità in funzione di x; si osservi che il condensatore parzialmente riempito di dielettrico può essere visto come due condensatori in parallelo, uno vuoto di larghezza x e l'altro pieno di dielettrico ma di larghezza $(l-x)$:

$$C(x) = \frac{\varepsilon_r \varepsilon_0 l(l-x)}{d} + \frac{\varepsilon_0 l x}{d}$$

$$C(x) = \frac{\varepsilon_0 l}{d}\left[\varepsilon_r l - (\varepsilon_r - 1)x\right]$$

Tornando all'energia potenziale $U(x)$ si ottiene che:

$$U(x) = \frac{1}{2}\frac{Q_0^2}{C(x)}$$

$$U(x) = \frac{1}{2}\frac{Q_0^2}{\frac{\varepsilon_0 l}{d}\left[\varepsilon_r l - (\varepsilon_r - 1)x\right]}$$

$$U(x) = \frac{1}{2}\frac{Q_0^2 d}{\varepsilon_0 l\left[\varepsilon_r l - (\varepsilon_r - 1)x\right]}$$

Per la forza F_{El} eseguiamo la derivata di $U(x)$ rispetto a x:

$$F_{El}(x) = -\frac{dU}{dx} = -\frac{Q_0^2 d}{2\varepsilon_0 l}\frac{d}{dx}\left[\frac{1}{\varepsilon_r l - (\varepsilon_r - 1)x}\right]$$

$$F_{El}(x) = -\frac{Q_0^2 d}{2\varepsilon_0 l}\frac{(\varepsilon_r - 1)}{\left[\varepsilon_r l - (\varepsilon_r - 1)x\right]^2}$$

Il segno meno della forza F_{El} ci dice che è una forza che si oppone allo spostamento lungo x e alla forza peso $F_P = mg$. L'equilibrio del sistema, e quindi $a=0$, si ottiene quando $|F_{El}| = |F_P|$:

$$|F_{El}(x)| = |F_P|$$

$$\frac{Q_0^2 d}{2\varepsilon_0 l}\frac{(\varepsilon_r - 1)}{\left[\varepsilon_r l - (\varepsilon_r - 1)x\right]^2} = mg$$

$$\varepsilon_r l - (\varepsilon_r - 1)x = \sqrt{\frac{Q_0^2 d(\varepsilon_r - 1)}{2\varepsilon_0 l m g}}$$

$$(\varepsilon_r - 1)x = \varepsilon_r l - \sqrt{\frac{Q_0^2 d(\varepsilon_r - 1)}{2\varepsilon_0 l m g}}$$

$$(\varepsilon_r - 1)x = \varepsilon_r l - \varepsilon_r l\sqrt{\frac{V_0^2 l \varepsilon_0(\varepsilon_r - 1)}{2 m g d}}$$

$$x = \frac{\varepsilon_r l}{\varepsilon_r - 1}\left[1 - \sqrt{\frac{\varepsilon_0 l V_0^2(\varepsilon_r - 1)}{2mgd}}\right] \approx 1.05\text{m}$$

Punto 3): Per calcolare il massimo valore di x raggiunto dalla lastra isolante prima di invertire il moto, applichiamo la conservazione dell'energia: inizialmente tutto è in quiete (energia cinetica nulla), il dielettrico è tutto interno al condensatore (energia potenziale elettrostatica $U=U(x)$ per $x=0$) e la massa m si trova ad una quota h_0 (energia potenziale gravitazionale $U_P=mgh_0$); successivamente parte dell'energia potenziale gravitazionale viene convertita in energia cinetica e in aumento dell'energia potenziale elettrostatica, e la lastra raggiunge il punto x calcolato al punto 2); da questo punto in poi la lastra comincia a rallentare fino a raggiungere l'iversione del moto (massima distanza x), con velocità nulla e quindi energia cinetica pari a zero. Per trovare la massima distanza x_{MAX} percorsa dalla lastra prima dell'inversione bisogna allora uguagliare l'energia potenziale totale iniziale (gravitazionale e elettrostatica) con quella finale:

$$E_i = E_f$$

$$U(0) + mgh_0 = U(x_{MAX}) + mg(h_0 - x_{MAX})$$

$$\frac{Q_0^2 d}{2\varepsilon_0 \varepsilon_r l^2} + mgh_0 = \frac{Q_0^2 d}{2\varepsilon_0 l[\varepsilon_r l - (\varepsilon_r - 1)x_{MAX}]} + mgh_0 - mgx_{MAX}$$

$$\frac{Q_0^2 d}{2\varepsilon_0 l}\left[\frac{1}{[\varepsilon_r l - (\varepsilon_r - 1)x_{MAX}]} - \frac{1}{\varepsilon_r l}\right] = mgx_{MAX}$$

$$\frac{Q_0^2 d}{2\varepsilon_0 l}\left[\frac{\varepsilon_r l - \varepsilon_r l + (\varepsilon_r - 1)x_{MAX}}{\varepsilon_r l[\varepsilon_r l - (\varepsilon_r - 1)x_{MAX}]}\right] = mgx_{MAX}$$

$$\frac{\varepsilon_r \varepsilon_0 l^2 V_0^2}{2d} \cdot \frac{(\varepsilon_r - 1)}{\varepsilon_r l - (\varepsilon_r - 1)x_{MAX}} \cdot x_{MAX} = mg \cdot x_{MAX}$$

$$\frac{(\varepsilon_r - 1)}{\varepsilon_r l - (\varepsilon_r - 1)x_{MAX}} = \frac{2mgd}{\varepsilon_r \varepsilon_0 l^2 V_0^2}$$

$$\frac{\varepsilon_r l - (\varepsilon_r - 1)x_{MAX}}{(\varepsilon_r - 1)} = \frac{\varepsilon_r \varepsilon_0 l^2 V_0^2}{2mgd}$$

$$x_{MAX} = \frac{\varepsilon_r l}{\varepsilon_r - 1} - \frac{\varepsilon_r \varepsilon_0 l^2 V_0^2}{2mgd}$$

$$x_{MAX} = \frac{\varepsilon_r l}{\varepsilon_r - 1}\left[1 - \frac{\varepsilon_0 l V_0^2(\varepsilon_r - 1)}{2mgd}\right] \approx 1.89\text{m}$$

Soluzione problema 3

Punto 1): Prima di tutto va osservato che la superficie della spira è sempre parallela al campo magnetico B durante la rotazione, e quindi non c'è variazione del flusso del campo magnetico. Di conseguenza NON c'è forza elettromotrice dovuta all'induzione di Faraday. Dato che la spira è in moto all'interno di un campo magnetico, si ha l'azione della forza di Lorentz, F_L, sui lati della spira. Il modulo F_L è dato da:

$$F_L = |q\mathbf{v} \times \mathbf{B}|$$

Poiché la spira sta ruotando, il modulo della velocità con cui si muovono le cariche dei lati della spira è pari a $v=\omega r$ (velocità tangenziale della rotazione) diretta perpendicolarmente alla superficie della spira e con verso entrante nella figura del problema. Sul lato orizzontale inferiore il campo magnetico è nullo e quindi non si ha forza di Lorentz; il lato verticale coincidente con l'asse di rotazione ha velocità $v=0$ e pertanto anche su questo si ha forza di Lorentz nulla. Sull'altro lato verticale (a destra nella figura del problema) **v** e **B** sono diversi da zero e fra loro perpendicolari, ma il loro prodotto vettoriale ha direzione radiale, perpendicolare al lato in questione e non produce allora moto di cariche. Rimane come ultimo lato da considerare quello orizzontale superiore, in cui di nuovo **v** e **B** sono diversi da zero e fra loro perpendicolari. Il loro prodotto vettoriale risulta parallelo al lato orizzontale e quindi produce una forza di Lorentz diretta radialmente verso l'esterno e che quindi accumula le cariche positive sul lato opposto a quello di rotazione. Di conseguenza si genera una d.d.p. fra i capi di questo lato orizzontale. Il campo elettromotore associato a questa d.d.p. è dato da:

$$E_{El} = \frac{F_L}{q} = \left|\mathbf{v} \times \mathbf{B}\right|$$

$$E_{El} = \left|\mathbf{v} \times \mathbf{B}\right| = vB$$

$$E_{El}(r) = vB = \omega r \cdot (B_0 + Ar)$$

ed è anch'esso diretto radialmente verso l'esterno. Conseguentemente si avrà corrente nella spira che circola in senso orario nella figura del problema. Inoltre, come si vede dall'ultima formula, il campo elettromotore E_{El} dipende dalla distanza r dall'asse di rotazione. Per definizione la d.d.p. f_{em} è data da:

$$f_{em} = \int_0^a \mathbf{E}_{El} \cdot d\vec{l} = \int_0^a E_{El}\, dr$$

$$f_{em} = \int_0^a E_{El}\, dr = \int_0^a \omega r (B_0 + Ar) dr$$

$$f_{em} = \frac{\omega B_0 a^2}{2} + \frac{\omega A a^3}{3}$$

$$f_{em} = \frac{\omega a^2}{6}(3B_0 + 2Aa)$$

Dalla forza elettromotrice f_{em} è possibile calcolare la corrente I circolante nella spira mediante la legge di Ohm:

$$I = \frac{f_{em}}{R} = \frac{\omega a^2}{6R}(3B_0 + 2Aa)$$

Punto 2): Dato che circola corrente I nella spira, si ha un'azione meccanica, F_M, sui lati della spira dovuta alla presenza del campo magnetico:

$$d\mathbf{F_M} = I d\vec{l} \times \mathbf{B}$$

Di nuovo analizziamo cosa succede lato per lato: sul lato orizzontale inferiore B=0 e quindi F_M=0; i lati verticali sono paralleli al campo magnetico B e quindi il risultato del prodotto vettoriale (nell'ultima formula scritta) è pari a zero. Rimane solo il lato orizzontale superiore, in cui la corrente scorre dall'asse di rotazione verso l'esterno, e di conseguenza il prodotto vettoriale dell'ultima formula è diretto perpendicolarmente alla superrficie della spira, uscente dal foglio nella figura del problema. Questa forza si oppone quindi alla rotazione della spira e bisogna applicare dall'esterno un momento opposto al momento di F_M. Nell'ultima formula si tenga presente che $B(r)=B_0+A\cdot r$, quindi la forza infinitesima dF_M varia con la distanza radiale dall'asse di rotazione. Il momento infinitesimo $d\mathbf{M}$ della forza $d\mathbf{F}_M$ è dato da:

$$d\mathbf{M} = \mathbf{r} \times d\mathbf{F_M}$$

r e $d\mathbf{F_M}$ sono fra loro perpendicolari e quindi il modulo del momento infinitesimo dM è:

$$dM = rI(B_0 + Ar)dr$$

Integrando lungo il lato orizzontale superiore si ottiene il momento totale M_{TOT}:

$$M_{TOT} = \int_0^a dM = I\int_0^a r(B_0 + Ar)dr$$

$$M_{TOT} = I\left(\frac{B_0 a^2}{2} + \frac{Aa^3}{3}\right) = \frac{Ia^2}{6}(3B_0 + 2Aa)$$

$$M_{TOT} = \frac{\omega}{R}\left[\frac{a^2}{6}(3B_0 + 2Aa)\right]^2$$

Per mantenere la velocità angolare ω costante bisogna applicare un momento delle forze dall'esterno in modulo pari a M_{TOT}, e opposto in verso al momento frenante di F_M (concorde cioè a ω).

Punto 3): Calcoliamo prima di tutto la potenza meccanica fornita dall'esterno, W_{MECC}:

$$W_{MECC} = M_{TOT}\,\omega = \left(\frac{\omega a^2}{6}\right)^2 \frac{(3B_0 + 2Aa)^2}{R}$$

La potenza dissipata per effetto Joule è invece W_J:

$$W_J = I^2 R$$

$$W_J = \left[\frac{\omega a^2}{6R}(3B_0 + 2Aa)\right]^2 \cdot R$$

$$W_J = \left(\frac{\omega a^2}{6}\right)^2 \frac{(3B_0 + 2Aa)^2}{R}$$

Come si vede per confronto si ha che W_{MECC}=W_J.