## Risultati esame scritto Fisica 1 - 01/09/2014
## orali: 05/09/2014 alle ore 09:30 presso aula G7

**(gli studenti interessati a visionare lo scritto sono pregati di presentarsi il giorno dell'orale)**

| **Nuovo Ordinamento** | | voto | |
|---|---|---|---|
| BIANCO | MARIANNA | 14 | |
| BRUNELLI | IVAN | 12 | |
| CUSTURERI | FRANCESCO | 10 | |
| DE MARIA | MARIDA | nc | |
| ESPOSITO | ANTONIO | 10 | |
| FELICETTA | GIANLUIGI | 15 | |
| GRILLO | TERESA | 14 | |
| IANNACCARI | ANNALISA | 10 | |
| IERACI | WALTER | 21 | ammesso |
| LIONTE | LEYLA | 13 | |
| MANCUSO | DANILA | 14 | |
| MARTINIS | MARIA CHIARA | 12 | |
| MESSONE | BEATRICE | nc | |
| MORELLO | MARIA CATERINA | 14 | |
| PUPA | PIERPAOLO | 14 | |
| ROCCA | LOREDANA | 14 | |
| ROMEO | VALENTINA | 10 | |
| SCUMACI | FRANCESCO | 11 | |
| SERGI | CARLA | 13 | |
| SOLLAZZO | AMALIA | 14 | |
| TASSONE | ANTONIO | 14 | |
| TRONO | MICAELA | nc | |
| TULINO | CONSUELO ROSARIA | 12 | |

nc=non classificato

# Esame di Fisica 1

## Corso Interateneo di Ing. Informatica e Biomedica ï 01/09/2014

**Problema 1**

Un proiettile sparato in direzione orizzontale attraversa una lastra di legno di spessore $\Delta x$=0.05m. Supponendo che all'interno della lastra il moto sia uniformemente decelerato, calcolare l'accelerazione $a$ all'interno della lastra sapendo che la velocità di ingresso del proiettile è $v_1$=110m/s e la velocità di uscita è $v_2$=100m/s. Si determini inoltre il tempo $t$ impiegato a percorrere lo spessore $\Delta x$ della lastra.

**Problema 2**

Sia dato un piano orizzontale con assi cartesiani ($x$,$y$) e un punto materiale di massa $m$=8.0kg che si muove su di esso. Le leggi orarie per le coordinate $x$ e $y$ del punto materiale sono date dalle seguenti equazioni:

$x(t)=R\sin(\omega\cdot t)$;

$y(t)=R\cos(\omega\cdot t)$

con distanza $R$=2m e pulsazione $\omega$=4π Hz (1Hz=1s$^{-1}$).

1) Si indichi di che tipo di moto si tratta, e si calcoli il modulo dell'accelerazione e l'energia cinetica $K$ del moto.

2) Si consideri il caso in cui $R$ sia funzione del tempo $t$ con la seguente legge: $R(t)=C\cdot t$, con $C$=4.0m/s. Si tratta ora di un moto a spirale. Si determini l'espressione dell'energia cinetica $K(t)$ in funzione di $t$ e della potenza istantanea (in funzione di $t$) che bisogna fornire dall'esterno per realizzare questo moto a spirale.

3) Si calcoli il passo $d$ della spirale, dove per passo si intende la distanza che c'è fra due anelli successivi della spirale.

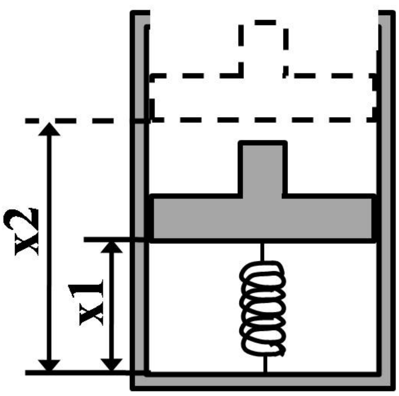
**Problema 3**

Sia dato un recipiente cilindrico in posizione verticale e avente sezione $S$=0.1m$^2$, chiuso in alto da un pistone che si può muovere senza attrito. All'interno del recipiente si trova $n$=1 mole di gas perfetto (costante dei gas perfetti $R$=8.31J/K·mol) alla pressione $p_1=0.20\cdot 10^5$Pa, mentre la pressione esterna è trascurabile. Il recipiente ha pareti perfettamente conduttrici di calore ed è immerso in un serbatoio termico a temperatura $T_1$. Il pistone ha massa $M$=10.0kg ed è legato al fondo del recipiente con una molla di massa trascurabile, lunghezza a riposo nulla e costante elastica $k$=1000N/m.

1) Si calcoli la distanza $x_1$ che c'è fra il fondo del recipiente e la posizione del pistone quando quest'ultimo è in equilibrio, e si determini la temperatura $T_1$.

2) Il pistone viene bloccato in posizione $x_1$ e il serbatoio termico passa da temperatura $T_1$ a temperatura $T_2=2\cdot T_1$. Dopo che tutto il gas ha raggiunto la nuova temperatura $T_2$, il pistone viene sbloccato ed è libero di muoversi. Si calcoli la nuova distanza di equilibrio $x_2$ e la pressione $p_2$ che il gas possiede quando il pistone è in posizione $x_2$.

3) Nel punto 2) del problema il pistone parte con velocità nulla dalla posizione $x_1$; supponendo che passi da posizione $x_1$ a posizione $x_2$ con una trasformazione quasistatica, si determini con quale velocità arriva in posizione $x_2$. [Suggerimento: si tenga presente che il lavoro compiuto dal gas è convertito in energia meccanica].



**Soluzione problema 1**

Dato che si ha un moto uniformemente decelerato, vale la seguente relazione:

$$v_2^2 = v_1^2 + 2a\Delta x$$

$$a = \frac{v_2^2 - v_1^2}{2\Delta x} \approx -21 \cdot 10^3\,\mathrm{m/s^2}$$

Per calcolare il tempo $t$ impiegato a percorrere la distanza $\Delta x$ con accelerazione $a$, possiamo applicare la seguente relazione:

$$v_2 = v_1 + a \cdot t$$

$$t = \frac{v_2 - v_1}{a} \approx 0.48\,\mathrm{ms}$$

**Soluzione problema 2**

Punto 1): Le leggi orarie lungo $x$ e lungo $y$ rappresentano due moti armonici con uguale pulsazione $\omega$ e ampiezza $R$, ma sfasati di $\pi/2$, dato che uno è una funzione $\sin(\omega t)$ e l'altro una funzione $\cos(\omega t)$. La loro combinazione nel piano cartesiano realizza un moto circolare avente centro nell'origine degli assi, raggio $R$ e pulsazione $\omega$ costanti. Si tratta allora di un moto circolare uniforme con raggio $R$ e pulsazione $\omega$.

Poiché si tratta di un moto circolare uniforme, il modulo dell'accelerazione è pari all'accelerazione centripeta:

$$a = \frac{v^2}{R} = R\omega^2 = 32´\ ^2\ \mathrm{m/s^2} \approx 316\,\mathrm{m/s^2}$$

Dato che il moto è circolare uniforme, il modulo della velocità è costante e pertanto l'energia cinetica $K$ durante il moto è costante:

$$K = \frac{1}{2}mv^2 = \frac{1}{2}mR^2\omega^2 = 256´\ ^2\ \mathrm{J} \approx 2.53\,\mathrm{kJ}$$

Punto 2): Per determinare l'energia cinetica $K$ in funzione del tempo bisogna determinare il modulo della velocità $v$. Per fare questo partiamo dalle leggi orarie e deriviamo rispetto al tempo:

$$\begin{cases} x(t) = Ct \cdot \sin(\omega t) \\ y(t) = Ct \cdot \cos(\omega t) \end{cases}$$

$$\begin{cases} v_x(t) = C \cdot \sin(\omega t) + C\omega t \cdot \cos(\omega t) \\ v_y(t) = C \cdot \cos(\omega t) - C\omega t \cdot \sin(\omega t) \end{cases}$$

Il modulo quadro della velocità, $v^2(t)$, è dato da:

$$v^2(t) = v_x^2 + v_y^2 = [C \cdot \sin(\omega t) + C\omega t \cdot \cos(\omega t)]^2 + [C \cdot \cos(\omega t) - C\omega t \cdot \sin(\omega t)]^2$$

$$\begin{aligned} v^2(t) = {} & C^2 \sin^2(\omega t) + C^2\omega^2 t^2 \cos^2(\omega t) + 2C^2\omega t \sin(\omega t)\cos(\omega t) + \\ & + C^2\cos^2(\omega t) + C^2\omega^2 t^2 \sin^2(\omega t) - 2C^2\omega t \sin(\omega t)\cos(\omega t) \end{aligned}$$

$$v^2(t) = C^2 + C^2\omega^2 t^2 = C^2\left(1 + \omega^2 t^2\right)$$

Quindi l'energia cinetica in funzione di $t$ è data da:

$$K(t)=\frac{1}{2}mv^2(t)$$
$$K(t)=\frac{1}{2}mC^2\left(1+\omega^2t^2\right)$$
Dato che l'energia cinetica aumenta col tempo $t$ bisogna fornire lavoro dall'esterno per realizzare il moto a spirale. La potenza $P$ istantanea fornita è data da:
$$P=\frac{dK}{dt}=mC^2\omega^2t$$

Punto 3): Possiamo calcolare la distanza fra due anelli successivi della spirale considerando ad esempio due intersezioni successive della spirale col semiasse positivo delle $y$. Detto $T=2\pi/\omega$ il periodo di rivoluzione per un singolo anello della spirale, si considerino due istanti $t_1=n\cdot T$ e $t_2=(n+1)\cdot T$ separati da un periodo $T$ (sia $n$ un numero intero positivo). Partendo dalle equazioni orarie si vede che per $t=t_1$ e $t=t_2$:
$$\begin{cases} x(t)=Ct\cdot\sin(\omega t) \\ y(t)=Ct\cdot\cos(\omega t) \end{cases}$$
si ha $x(t_1)=x(t_2)=0$ (ovvero sono intersezioni con l'asse $y$).
Per i rispettivi valori di $y$ si ha invece che:
$$\begin{cases} y(t_1)=CnT\cdot\cos(\omega nT) \\ y(t_2)=C(n+1)T\cdot\cos(\omega(n+1)T) \end{cases}$$
$$\begin{cases} y(t_1)=Cn\dfrac{2\pi}{\omega}\cdot\cos\left(\omega n\dfrac{2\pi}{\omega}\right)=Cn\dfrac{2\pi}{\omega}\cdot\cos(2\pi n) \\ y(t_2)=C(n+1)\dfrac{2\pi}{\omega}\cdot\cos(2\pi(n+1)) \end{cases}$$
$$\begin{cases} y(t_1)=Cn\dfrac{2\pi}{\omega} \\ y(t_2)=C(n+1)\dfrac{2\pi}{\omega} \end{cases}$$

La distanza $\Delta y=y(t_2)-y(t_1)$ fra questi due punti è pari al passo $d$ della spirale:
$$d=y(t_2)-y(t_1)=(n+1)\frac{2\pi C}{\omega}-n\frac{2\pi C}{\omega}$$
$$d=\frac{2\pi C}{\omega}=2.0\text{m}$$

**Soluzione problema 3**

Punto 1): Sul pistone agiscono la forza peso $F_P$ diretta verso il basso, la forza elastica $F_K$ che è sempre diretta verso il basso perché la lunghezza a riposo della molla è pari a zero, e la forza verso l'alto esercitata dalla pressione del gas. All'equilibrio le forze verso l'alto sono pari a quelle verso il basso:

$$Mg + kx_1 = p_1 S$$

$$x_1 = \frac{p_1 S - Mg}{k} \approx 1.9\text{m}$$

Considerato che il volume occupato dal gas è pari a $S \cdot x_1$, l'equazione di stato dei gas perfetti si scrive come:

$$p_1 S x_1 = nRT_1$$

$$T_1 = \frac{p_1 S x_1}{nR} \approx 458\text{K}$$

Punto 2): Dopo che il pistone viene sbloccato, si ha un'espansione isoterma del gas a temperatura $T_2$ durante la quale vale sempre l'equazione di stato dei gas perfetti, $p \cdot Sx = nRT_2$. Il pistone è nella nuova posizione di equilibrio quando forza peso e forza elastica (verso il basso) bilanciano la spinta data dalla pressione $p_2$ del gas (verso l'alto):

$$Mg + kx_2 = p_2 S$$

Nell'ultima equazione sono incognite sia $x_2$ che $p_2$; mettiamo allora a sistema con l'equazione di stato dei gas perfetti:

$$\begin{cases} Mg + kx_2 = p_2 S \\ p_2 S x_2 = nRT_2 \end{cases}$$

$$\begin{cases} Mg + kx_2 = p_2 S \\ p_2 = \dfrac{nRT_2}{Sx_2} \end{cases}$$

$$\begin{cases} Mg + kx_2 = \dfrac{nRT_2}{Sx_2} S \\ p_2 = \dfrac{nRT_2}{Sx_2} \end{cases}$$

$$\begin{cases} kx_2^2 + Mgx_2 - nRT_2 = 0 \\ p_2 = \dfrac{nRT_2}{Sx_2} \end{cases}$$

Nel sistema le soluzioni della prima equazione, che è di II grado, ci danno i possibili valori per la nuova posizione di equilibrio $x_2$:

$$kx_2^2 + Mgx_2 - nRT_2 = 0$$

$$x_2 = \frac{-Mg \pm \sqrt{M^2 g^2 + 4knRT_2}}{2k} \rightarrow x_2 \approx 2.7\text{m}$$

Si tenga presente che solo la soluzione col segno + ha senso fisicamente e che $T_2 = 2 \cdot T_1$. Sostituendo il valore trovato per $x_2$ nell'espressione di $p_2$ si ha che:

$$p_2 = \frac{nRT_2}{Sx_2} \approx 0.28 \cdot 10^5 \,\text{Pa}$$

Punto 3): Durante l'espansione isoterma a temperatura $T_2$, il gas compie lavoro $\Delta W$ sul pistone. Questo lavoro serve ovviamente ad aumentare l'energia meccanica totale del pistone, ovvero sia la sua energia potenziale, $\Delta U$, che energia cinetica, $\Delta K$. Il lavoro svolto dal gas nell'espansione isoterma da $x_1$ a $x_2$ è pari a:

$$\Delta W = \int_{x1}^{x2} p dV = \int_{x1}^{x2} \frac{nRT_2}{Sx} S dx$$

$$\Delta W = nRT_2 \int_{x1}^{x2} \frac{dx}{x} = nRT_2 \ln\left(\frac{x_2}{x_1}\right) \approx 2.67\mathrm{kJ}$$

La variazione di energia potenziale $\Delta U$ è costituita da un contributo gravitazionale e uno elastico:

$$\Delta U = \frac{1}{2} k x_2^2 - \frac{1}{2} k x_1^2 + Mgx_2 - Mgx_1$$

$$\Delta U \approx 1.92\mathrm{kJ}$$

Dato che $\Delta W = \Delta U + \Delta K$ e che l'energia cinetica iniziale è nulla, ne segue che l'energia cinetica finale è:

$$K_2 = \Delta W - \Delta U \approx 0.75\mathrm{kJ}$$

Quindi la velocità con cui il pistone arriva in posizione $x_2$ è pari a:

$$K_2 = \frac{1}{2} M v^2$$

$$v = \sqrt{\frac{2K_2}{M}} \approx 12.2\mathrm{m/s}$$