Risultati esame scritto Fisica 2 - 09/09/2014
orali: 15-09-2014 alle ore 9.30 presso aula G8

gli studenti interessati a visionare lo scritto sono pregati di presentarsi il giorno dell'orale

Nuovo ordinamento

matricola	voto	
114962	14	
110018	10	
114917	12	
114943	21	ammesso
112836	13	
117560	17	ammesso
114920	12	
116351	15	
117795	25	ammesso
113500	22	ammesso
109860	nc	
112071	13	
112098	19	ammesso
109862	13	
114936	26	ammesso
109977	20	ammesso
114534	20	ammesso

Per gli studenti del N.O.: possono sostenere l'esame di Fisica 2 solo gli studenti che hanno superato l'esame di Fisica 1

Esame di Fisica 2

Corso Interateneo di Ing. Informatica e Biomedica ï 09/09/2014

Problema 1

Sia dato un condensatore a facce piane di capacità $C=\varepsilon_0 A/d$, con spazio vuoto fra le armature (costante dielettrica ε_0), area delle armature pari ad A e distanza fra le armature pari a d. Alle armature del condensatore è collegato un generatore di tensione alternata $V(t)=V_0\cos(\omega t)$. Si determini la corrente di spostamento $I_S(t)$ presente fra le armature del condensatore, in funzione del tempo t.

[Si esprima il risultato in funzione di t e dei parametri ω, V_0, C]

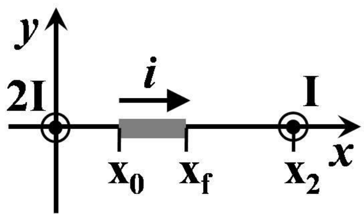
Problema 2

Sia data una terna di assi cartesiani xyz con xy coincidente col piano orizzontale. Due fili infiniti perpendicolari al piano xy sono percorsi da corrente costante, uscente dal piano in figura. Il primo filo coincide con l'asse z (si trova cioè in posizione $x=0$, $y=0$) ed è percorso da corrente $2\cdot I$; il secondo filo si trova in posizione ($x=x_2$, $y=0$) ed è percorso da corrente I. Sia infine presente un segmento di filo lungo l'asse x, che va da $x=x_0$ a $x=x_f$ (vedi figura). Esso è percorso da una corrente costante pari a i che scorre da x_0 verso x_f (cioè con verso dell'asse x positivo). Si trascuri il campo magnetico generato dal filo percorso da corrente i.

1) Si determini l'espressione del campo magnetico B, in funzione di x, presente sui punti dell'asse x fra $x=0$ e $x=x_2$ [si esprima il risultato in funzione di x e dei parametri I, x_2]

2) Si determini la forza meccanica di origine magnetica, F_M, che agisce sul tratto di filo percorso da corrente i [si esprima il risultato in funzione dei parametri I, i, x_f, x_0, x_2]

3) Determinare per quale valore di x_2 la forza F_M del punto 2) è nulla [si esprima il risultato in funzione dei parametri x_f, x_0]



Problema 3

Sia dato un circuito come quello in figura (parte sinistra), situato su un piano orizzontale e costituito da due binari conduttori chiusi sulla sinistra da una barra conduttirce rigida e fissa, e sulla destra da una barra conduttrice che può muoversi senza attrito sui binari. La barra fissa di sinistra contiene un generatore di potenziale pari a f, costante nel tempo e orientato come in figura, e un interruttore. La resistenza elettrica totale del circuito è pari a R, la distanza fra i binari è pari a l, e la barra mobile ha massa pari a m.

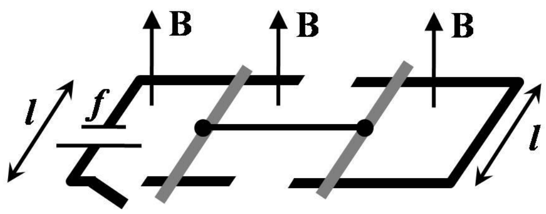
Un secondo circuito analogo al precedente si trova sullo stesso piano orizzontale ad una certa distanza dal primo (parte destra della figura) e i due circuiti non sono collegati elettricamente. In questo secondo circuito abbiamo due binari conduttori separati da distanza l, chiusi sulla destra da una barra conduttrice rigida e fissa, mentre sulla sinistra il circuito è chiuso da una barra di massa m che si può muovere senza attrito lungo i binari; anche in questo secondo circuito la resistenza elettrica totale è pari a R.

Tutti e due i circuiti sono immersi in un campo magnetico B, uniforme e costante, perpendicolare al piano orizzontale e diretto verso l'alto. La barra mobile del primo circuito e quella del secondo sono unite mediante un'asta rigida e non deformabile, fatta di materiale isolante e con massa trascurabile. All'istante $t=0$ viene chiuso l'interruttore sul primo circuito; si supponga che i binari siano lunghi a sufficienza da non impedire il moto delle due barre mobili.

1) Si determini un'espressione per la velocità v delle barre mobili in funzione del tempo t.

2) Si determini un'espressione per le correnti I_1 e I_2 circolanti rispettivamente sul primo e secondo circuito, in funzione del tempo t, e si dimostri che la loro somma è costante.

[Si esprimano i risultati in funzione di t e dei parametri f, R, m, B, l]



Soluzione problema 1

La corrente di spostamento I_S è legata al flusso $\Phi(E)$ del campo elettrico presente fra le piastre del condensatore. Dato $V=V_0\cos(\omega t)$ il potenziale applicato ai capi del condensatore, il campo elettrico E fra le piastre è dato da:

$$E = \frac{V}{d} = \frac{V_0}{d}\cos(\omega t)$$

Dato che l'area delle piastre è pari ad A, il flusso $\Phi(E)$ del campo elettrico è dato da:

$$\Phi(E) = E \cdot A$$

$$\Phi(E) = \frac{AV_0}{d}\cos(\omega t)$$

Dalla IV legge di Maxwell si ha che la corrente di spostamento I_S è pari a:

$$I_S = \varepsilon_0 \frac{d\Phi(E)}{dt}$$

$$I_S = \varepsilon_0 \frac{d}{dt}\left[\frac{AV_0}{d}\cos(\omega t)\right]$$

$$I_S = -\frac{\varepsilon_0 A}{d}\omega V_0 \sin(\omega t)$$

$$I_S = -\omega C V_0 \sin(\omega t)$$

dove nell'ultimo passaggio si è tenuto conto del fatto che $C=\varepsilon_0 A/d$.

Soluzione problema 2

Punto 1): Trascurando il campo magnetico generato dal filo percorso da corrente i, il campo magnetico sull'asse x è determinato dalla somma vettoriale del campo B_1 prodotto dal filo presente nell'origine degli assi e dal campo B_2 prodotto da quello in posizione x_2. Poiché i due fili sono infiniti, essi generano un campo magnetico B che ha direzione tangente alla circonferenza con centro la posizione del filo e che gira in senso antiorario in figura. Quindi sui punti dell'asse x compresi fra $x=0$ e $x=x_2$ il campo B_1 è perpendicolare all'asse x e diretto verso l'alto in figura (asse y positivo), mentre il campo B_2 è perpendicolare all'asse x ma diretto verso il basso in figura (asse y negativo). Per quanto riguarda il modulo dei due campi si ha che essi sono:

$$B_1 = \frac{\mu_0 2I}{2\pi x}$$

$$B_2 = \frac{\mu_0 I}{2\pi(x - x_2)}$$

Nella seconda espressione si tenga presente che $(x-x_2) < 0$ per $0 < x < x_2$ (fra i due fili), quindi B_2 è negativo e questo tiene già conto del fatto che esso è diretto verso il basso. Il campo totale in funzione di x, $B(x)$, è dato dalla somma delle due precedenti espressioni:

$$B(x) = B_1 + B_2$$

$$B(x) = \frac{\mu_0 2I}{2\pi x} + \frac{\mu_0 I}{2\pi(x - x_2)}$$

$$B(x) = \frac{\mu_0 I}{2\pi}\left[\frac{2}{x} + \frac{1}{(x - x_2)}\right]$$

Punto 2): Consideriamo un tratto infinitesimo dx del filo percorso da corrente i. In questo tratto infinitesimo possiamo assumere costante il campo totale $B(x)$ calcolato al punto 1). Allora la quantità infinitesima della forza meccanica di origine magnetica, dF_M, è data da:

$$dF_M = \left| i\mathbf{d\vec{x}} \times \vec{\mathbf{B}} \right|$$

$$dF_M = idx \cdot B(x)$$

$$dF_M = \frac{\mu_0 Ii}{2\pi}\left[\frac{2}{x} + \frac{1}{(x - x_2)}\right]dx$$

La forza totale che agisce sul filo percorso da corrente i sarà pari all'integrale dell'ultima espressione fra $x=x_0$ e $x=x_f$:

$$F_M = \int dF_M = \frac{\mu_0 Ii}{2\pi}\int_{x0}^{xf}\left[\frac{2}{x} + \frac{1}{(x - x_2)}\right]dx$$

$$F_M = \frac{\mu_0 Ii}{2\pi}\left[2\ln(x) + \ln(x - x_2)\right]_{x0}^{xf}$$

$$F_M = \frac{\mu_0 Ii}{2\pi}\left[2\ln\left(\frac{x_f}{x_0}\right) + \ln\left(\frac{x_f - x_2}{x_0 - x_2}\right)\right]$$

$$F_M = \frac{\mu_0 Ii}{2\pi}\ln\left[\frac{x_f^2(x_f - x_2)}{x_0^2(x_0 - x_2)}\right]$$

Punto 3): Dall'ultima espressione calcolata si vede che la forza F_M è nulla quando il ln[...]=0, e questo accade quando l'argomento del ln è pari a uno:

$$\frac{x_f^2(x_f - x_2)}{x_0^2(x_0 - x_2)} = 1$$

$$x_f^2(x_f - x_2) = x_0^2(x_0 - x_2)$$

$$x_f^3 - x_f^2 x_2 = x_0^3 - x_0^2 x_2$$

$$x_2 = \frac{x_f^3 - x_0^3}{x_f^2 - x_0^2}$$

Soluzione problema 3

Punto 1): Siccome le due barre mobili sono unite da un'asta isolante, esse si muoveranno in maniera solidale e con la stessa velocità v. Non appena viene chiuso il primo circuito inizia a circolare su di esso corrente I_1 in senso antiorario (in figura). Sulla barra mobile si ha quindi una corrente che va dal basso verso l'alto in figura e di conseguenza una forza meccanica di origine magnetica, $F_{M1}=I_1 lB$, diretta verso destra in figura. A causa di questa forza la barra mobile inizia a muoversi verso destra, causando una variazione del flusso del campo magnetico, $\Phi(B)$, attraverso il primo circuito. Per la legge dell'induzione di Faraday si ha allora una forza elettromotrice indotta, f_{i1}, che si oppone alla tensione costante f; detta x la distanza dalla barra rigida si ha che:

$$\Phi(B) = Blx$$

$$f_{i1} = \left|\frac{d\Phi}{dt}\right| = Bl\frac{dx}{dt} = Blv$$

Applicando la legge di Ohm al primo circuito si ottiene che:

$$f - f_{i1} = RI_1$$

$$f - Blv = RI_1$$

$$I_1 = \frac{f - Blv}{R}$$

dove sia I_1 che v dipendono dal tempo t. A causa della corrente I_1 si ha una forza magnetica F_{M1} che agisce sulla barra mobile:

$$F_{M1} = I_1 lB$$

Analogo discorso vale per il secondo circuito: dato che la prima barra mobile è solidale alla seconda, non appena la prima si muove con velocità v verso destra, anche la seconda farà lo stesso. Questo provoca una variazione del flusso del campo magnetico concatenato col secondo circuito e quindi per l'induzione di Faraday si avrà una forza elettromotrice indotta nel secondo circuito, f_{i2}. Poiché si ha una diminuzione del flusso (la barra si muove verso destra e l'area del circuito si riduce), per la legge di Lenz si avrà una corrente indotta che circola in senso antiorario in figura. Quindi sulla seconda barra mobile si ha corrente che va dall'alto verso il basso in figura, e la forza magnetica F_{M2} sarà diretta verso sinistra, si oppone cioè a F_{M1}. In formule si ha che:

$$f_{i2} = \left|\frac{d\Phi}{dt}\right| = Bl\frac{dx}{dt} = Blv$$

Applicando la legge di Ohm:

$$f_{i2} = RI_2$$

$$Blv = RI_2$$

$$I_2 = \frac{Blv}{R}$$

dove sia I_2 che v dipendono dal tempo t. Quindi il modulo della forza F_{M2} è dato da:

$$F_{M2} = I_2 lB$$

Quindi sul corpo costituito dalle due barre mobili, ciascuna di massa m, e dall'asta isolante di massa trascurabile, agisce una forza totale verso destra pari a F_{TOT}=F_{M1}-F_{M2}. Tenendo allora conto del II principio della dinamica e delle espressioni trovate per I_1 e I_2 si ottiene che:

$$F_{TOT} = F_{M1} - F_{M2}$$

$$(m_1 + m_2)a = I_1 lB - I_2 lB$$

$$2m\frac{dv}{dt} = lB\left(\frac{f - Blv}{R} - \frac{Blv}{R}\right)$$

$$\frac{dv}{dt} = \frac{Bl}{2mR}(f - 2Blv)$$

L'ultima equazione rappresenta un'equazione differenziale per la velocità v che possiamo integrare mediante separazione di variabili, tenendo conto che per t=0 si ha v=0:

$$\frac{dv}{dt} = \frac{Bl}{2mR}\left(f - 2Blv\right)$$

$$\int_{v=0}^{v} \frac{dv}{f - 2Blv} = \frac{Bl}{2mR}\int_{t=0}^{t} dt$$

$$-\frac{1}{2Bl}\left[\ln\left(f - 2Blv\right)\right]_0^v = \frac{Bl}{2mR}t$$

$$\ln\left(\frac{f - 2Blv}{f}\right) = -\frac{B^2 l^2}{mR}t$$

$$f - 2Blv = fe^{-B^2 l^2 t / mR}$$

$$v = \frac{f}{2Bl}\left(1 - e^{-B^2 l^2 t / mR}\right)$$

L'ultima espressione è quella cercata della velocità v in funzione del tempo t.

Punto 2): Per determinare le espressioni delle correnti I_1 e I_2 basta sostituire il valore di velocità trovato nelle espressioni precedentemente trovate per I_1 e I_2:

$$I_2 = \frac{Blv}{R}$$

$$I_2 = \frac{f}{2R}\left(1 - e^{-B^2 l^2 t / mR}\right)$$

e analogamente per I_1:

$$I_1 = \frac{f - Blv}{R}$$

$$I_1 = \frac{f}{R} - \frac{f}{2R}\left(1 - e^{-B^2 l^2 t / mR}\right)$$

$$I_1 = \frac{f}{2R}\left(1 + e^{-B^2 l^2 t / mR}\right)$$

Effettuando la somma delle due correnti trovate si ottiene che:

$$I_{TOT} = I_1 + I_2$$

$$I_{TOT} = \frac{f}{2R}\left(1 + e^{-B^2 l^2 t / mR}\right) + \frac{f}{2R}\left(1 - e^{-B^2 l^2 t / mR}\right)$$

$$I_{TOT} = 2\frac{f}{2R} = \frac{f}{R}$$