Risultati esame scritto Fisica 1 - 09/02/2015
orali: 16-02-2015 alle ore 14.00 presso aula M

gli studenti interessati a visionare lo scritto sono pregati di presentarsi il giorno dell'orale

Nuovo ordinamento

Matricola o Cognome	voto	
AGATE	nc	
115293	nc	
CANNISTRA'	nc	
112118	11	
CEFALA'	nc	
120415	nc	
118493	15	
D'ATTIMO	23	ammesso
114922	10	
DODARO	18	ammesso
107191	nc	
118453	25	ammesso
118598	15	
118454	nc	
110667	18	ammesso
112878	nc	
114899	nc	
115929	17	ammesso
119842	14	
114889	20	ammesso
118672	15	
114902	nc	
114959	18	ammesso
114870	14	
MANNELLA	13	
112102	nc	
108488	nc	
119844	nc	
PIRRO'	nc	
114927	27	ammesso
RABBIA	nc	
RANIERI	27	ammesso
RICIOPPO	18	ammesso
118451	nc	
RUBERTO	nc	
113481	nc	
118519	21	ammesso
109862	21	ammesso
118558	nc	
114868	nc	

118494	nc	
114941	12	
114885	10	
118606	22	ammesso
107152	nc	

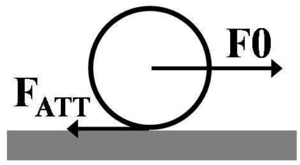
nc = non classificato

Esame di Fisica 1

Corso Interateneo di Ing. Informatica e Biomedica – 09/02/2015

Problema 1

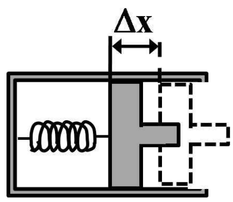
Un disco con massa distribuita uniformemente si trova su un piano orizzontale con attrito, e una forza F_0=90N è applicata orizzontalmente al suo centro di massa (vedi figura). Come risultato il disco si muove di moto di puro rotolamento. Determinare la forza di attrito F_{ATT} nel punto di contatto fra disco e piano orizzontale, sapendo che il momento di inerzia di un disco rispetto al suo centro di massa è $I_{CM}=1/2 \cdot MR^2$ (dove M e R sono rispettivamente massa e raggio del disco).



Problema 2

Un recipiente cilindrico, di sezione S=0.005m^2, ha pareti rigide e conduttrici di calore e contiene un gas biatomico. Il recipiente è chiuso mediante un pistone che si può muovere senza attrito e che è collegato con una molla di costante elastica k=5000N/m alla parete opposta del recipiente (vedi figura). Nella situazione iniziale, la pressione esterna e interna al recipiente è pari a $p_0=990 \cdot 10^2$Pa, la molla è nella sua posizione di equilibrio e ha lunghezza di riposo l_0=0.050m, e la temperatura interna ed esterna è T_0=295K.

Successivamente la pressione esterna sale a p_1 e la temperatura sale a T_1=300K; poiché le pareti sono conduttrici di calore, dopo un certo intervallo di tempo anche la temperatura interna è pari a T_1. Sapendo che nella nuova situazione di equillibrio la molla è compressa di Δx=0.001m (verso l'interno del recipiente), determinare la pressione esterna p_1.



Problema 3

Un aereo militare viaggia orizzontalmente ad un'altezza H=500m dal suolo. All'istante t=0sec possiede velocità v_0=210m/s (orizzontale) e lascia cadere un ordigno di massa M=10kg. A metà caduta, l'ordigno esplode dividendosi in due parti di uguale massa, $m_1= m_2$. Inoltre entrambi i frammenti hanno la stessa velocità lungo l'asse verticale subito dopo l'esplosione, $v_{1y}=v_{2y}$.

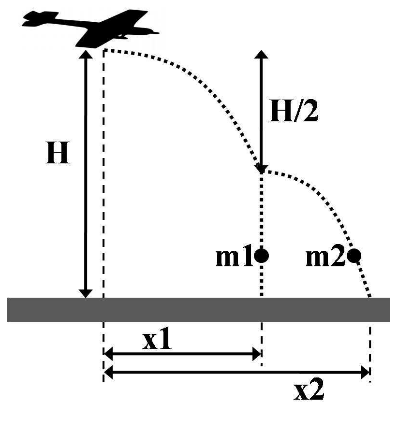
1) Sapendo che il frammento di massa m_1 continua la sua caduta in direzione verticale (vedi figura), calcolare le distanze x_1 e x_2 in cui i due frammenti colpiscono il suolo, prendendo come punto di riferimento, x_0=0m, la posizione dell'aereo per t=0sec (vedi figura).

2) Si calcoli il modulo della velocità dell'ordigno subito prima dell'esplosione.

3) Si calcolino i moduli delle quantità di moto p_1 e p_2, rispettivamente dei frammenti m_1 e m_2, subito dopo l'esplosione.

4) Si calcoli l'energia prodotta dall'esplosione.

[Per il punto 3) si tenga presente che le forze interne sviluppate durante l'esplosione sono molto maggiori della forza di gravità].



Soluzione problema 1

Dato che si conosce il momento di inerzia calcolato rispetto al centro di massa, prendiamo proprio il centro di massa come polo attorno al quale calcolare i momenti delle forze. Le forze che agiscono sul disco in direzione orizzontale sono la forza F_0 (applicata nel centro di massa) e la forza di attrito F_{ATT} (applicata nel punto di contatto fra disco e piano), che sono una opposta all'altra; lungo l'asse verticale abbiamo invece la forza peso applicata nel centro di massa. Calcolando i momenti di queste forze rispetto al centro di massa si vede che forza F_0 e forza peso hanno momento nullo, perché sono applicate proprio nel centro di massa.

Nel caso di puro rotolamento vale la relazione $a_{CM}=R\cdot\alpha$, con a_{CM} accelerazione del centro di massa e α accelerazione angolare. Scriviamo quest'ultima relazione insieme al II principio della dinamica e alla relazione analoga al II principio per i moti rotatori:

$$\begin{cases} a_{CM} = R\alpha \\ I_{CM}\alpha = R\cdot F_{ATT} \\ Ma_{CM} = F_0 - F_{ATT} \end{cases}$$

$$\begin{cases} \alpha = a_{CM}/R \\ I_{CM}\dfrac{a_{CM}}{R} = R\cdot F_{ATT} \\ Ma_{CM} = F_0 - F_{ATT} \end{cases}$$

$$\begin{cases} \alpha = a_{CM}/R \\ a_{CM} = \dfrac{R^2 F_{ATT}}{I_{CM}} \\ \dfrac{MR^2}{I_{CM}}F_{ATT} = F_0 - F_{ATT} \end{cases}$$

Nell'ultima equazione scritta ricaviamo la forza di attrito:

$$\frac{MR^2}{I_{CM}}F_{ATT} = F_0 - F_{ATT}$$

$$\frac{MR^2}{I_{CM}}F_{ATT} + F_{ATT} = F_0$$

$$F_{ATT} = \frac{I_{CM}F_0}{I_{CM} + MR^2}$$

e sostituendo l'espressione per $I_{CM}=1/2\cdot MR^2$ si ottiene che:

$$F_{ATT} = \frac{1/2\,MR^2F_0}{1/2\,MR^2 + MR^2} = \frac{F_0}{3} = 30\text{N}$$

Soluzione problema 2

Nella condizione iniziale vale l'equazione di stato dei gas perfetti:

$$p_0 V_0 = nRT_0$$

dove il volume iniziale è dato dalla sezione del recipiente e dalla lunghezza a riposo della molla:

$$V_0 = S \cdot l_0$$

Ne segue quindi che:

$$n = \frac{p_0 l_0 S}{RT_0}$$

Poiché il recipiente è chiuso il numero di moli n rimane costante all'interno.

Successivamente la temperatura sale a T_1, il volume del recipiente si riduce perché la molla si comprime (a causa dell'aumento di pressione esterna), e quindi anche la pressione interna sarà diversa da p_0. L'equazione di stato dei gas perfetti nella situazione finale sarà:

$$p_{in} V_1 = nRT_1$$

dove p_{in} è la pressione interna al recipiente e V_1 è il volume finale:

$$V_1 = S(l_0 - \Delta x)$$

$$p_{in} = \frac{nRT_1}{V_1} = \frac{nRT_1}{S(l_0 - \Delta x)}$$

Nella nuova situazione la molla risulta compressa, per cui l'equilibrio del pistone è determinato dalla pressione esterna che bilancia la pressione interna e l'azione della molla. L'equilibrio delle forze agenti sul pistone impone che:

$$p_1 S = p_{in} S + k\Delta x$$

Sostituendo nell'ultima equazione l'espressione precedentemente trovata per p_{in} si trova che:

$$p_1 = p_{in} + \frac{k\Delta x}{S}$$

$$p_1 = \frac{nRT_1}{S(l_0 - \Delta x)} + \frac{k\Delta x}{S}$$

$$p_1 = \frac{(p_0 l_0 S / RT_0) RT_1}{S(l_0 - \Delta x)} + \frac{k\Delta x}{S}$$

$$p_1 = p_0 \frac{T_1}{T_0} \frac{l_0}{(l_0 - \Delta x)} + \frac{k\Delta x}{S} \approx 1037 \cdot 10^2 \, \text{Pa}$$

Soluzione problema 3

Punto 1): Scriviamo prima di tutto le formule per la posizione del centro di massa, x_{CM} e y_{CM}:

$$\begin{cases} x_{CM} = \dfrac{m_1 x_1 + m_2 x_2}{m_1 + m_2} = \dfrac{1}{2} x_1 + \dfrac{1}{2} x_2 \\ y_{CM} = \dfrac{m_1 y_1 + m_2 y_2}{m_1 + m_2} = \dfrac{1}{2} y_1 + \dfrac{1}{2} y_2 \end{cases}$$

dove si è tenuto già conto del fatto che m_1=m_2. Dai risultati per i sistemi di particelle sappiamo che il centro di massa si muove sotto l'azione delle sole forze esterne, che in questo caso è la forza di gravità, come se in esso fosse concentrata tutta la massa del sistema. Quindi per le coordinate del centro di massa possiamo anche scrivere che:

$$\begin{cases} x_{CM} = v_0 t \\ y_{CM} = \frac{1}{2} g t^2 \end{cases}$$

che sono le equazioni orarie valide per un moto parabolico, assumendo l'asse y positivo verso il basso (la quota y=0m coincide con la posizione dell'aereo per t=0sec). Anche dopo l'esplosione il centro di massa segue la stessa traiettoria, e quindi imponendo che la distanza verticale percorsa sia pari a H, possiamo calcolare la distanza x_{CM} a cui il centro di massa colpisce il suolo (si badi bene che dopo l'esplosione il centro di massa è solo un punto matematico in cui non si trova più alcuna massa):

$$y_{CM} = \frac{1}{2} g t^2$$

$$H = \frac{1}{2} g t^2$$

$$t = \sqrt{\frac{2H}{g}}$$

$$x_{CM} = v_0 t = v_0 \sqrt{\frac{2H}{g}} \approx 2120\text{m}$$

Dato che subito dopo l'urto le velocità verticali v_{1y} e v_{2y} dei due frammenti sono uguali, ne consegue che le rispettive quote sono sempre uguali, ovvero si ha y_1=y_2 per ogni istante t e anche che vale sempre y_1=y_2=y_{CM}. Questo significa che i due frammenti colpiscono contemporaneamente il suolo.
Dato che il frammento m_1 procede in direzione verticale dopo l'esplosione, per calcolare la posizione x_1 basta calcolare la distanza percorsa dall'ordigno prima dell'esplosione:

$$\begin{cases} x_{CM} = v_0 t \\ y_{CM} = \frac{1}{2} g t^2 \end{cases}$$

dove la distanza verticale percorsa è pari a metà altezza, H/2:

$$\frac{H}{2} = \frac{1}{2} g t^2$$

$$t = \sqrt{\frac{H}{g}}$$

$$x_{CM} = x_1 = v_0 \sqrt{\frac{H}{g}} \approx 1499\text{m}$$

Da questo punto in poi i due frammenti hanno sempre la stessa quota e colpiscono il suolo simultaneamente, per cui possiamo calcolare la posizione x_2 sfruttando l'equazione per la coordinata x del centro di massa:

$$x_{CM} = \frac{1}{2} x_1 + \frac{1}{2} x_2$$

$$x_2 = 2x_{CM} - x_1 \approx 2741\text{m}$$

Punto 2): Per la velocità dell'ordigno subito prima dell'esplosione possiamo usare la conservazione dell'energia. Inizialmente l'ordigno possiede energia cinetica dovuta alla velocità orizzontale e energia potenziale dovuta alla quota *H*; subito prima dell'esplosione parte dell'energia potenziale si è convertita in energia cinetica, e la quota è ora *H*/2:

$$K_i + U_i = \frac{1}{2} M v_0^2 + MgH$$

$$K_e + U_e = \frac{1}{2} M v_e^2 + Mg\frac{H}{2}$$

dove K_e e U_e sono rispettivamente energia cinetica e potenziale subito prima dell'esplosione. Imponendo la conservazione dell'enrgia si ha che:

$$\frac{1}{2} M v_0^2 + MgH = \frac{1}{2} M v_e^2 + Mg\frac{H}{2}$$

$$\frac{1}{2} v_e^2 = \frac{1}{2} v_0^2 + gH - g\frac{H}{2}$$

$$v_e = \sqrt{v_0^2 + gH} \approx 221\text{m/s}$$

Punto 3): Per calcolare i moduli p_1 e p_2 subito dopo l'esplosione applichiamo la conservazione della quantità di moto, sfruttando il fatto che le forze interne sviluppate dall'esplosione sono molto maggiori della forza di gravità, che è l'unica forza esterna. Nel breve intervallo dell'esplosione possiamo allora dire che le forze esterne sono nulle (trascurabili), da cui segue la conservazione della quantità di moto fra l'istante subito prima e quello subito dopo l'esplosione.
Subito prima dell'esplosione la quantità di moto totale, **P**, è quella dell'ordigno (centro di massa):

$$\begin{cases} P_x = M v_{CM,x} = M v_0 \\ P_y = M v_{CM,y} \end{cases}$$

Per calcolare $v_{CM,y}$ sfruttiamo il risultato del punto 2:

$$v_e = \sqrt{v_0^2 + gH} = \sqrt{v_{CM,x}^2 + v_{CM,y}^2}$$

$$v_{CM,y} = \sqrt{gH}$$

Tornando alla quantità di moto **P** abbiamo allora che:

$$\begin{cases} P_x = M v_0 \\ P_y = M\sqrt{gH} \end{cases}$$

Per le quantità di moto $\mathbf{p_1}$ e $\mathbf{p_2}$ rispettivamente dei frammenti m_1 e m_2 abbiamo le seguenti espressioni:

$$\begin{cases} p_{1x} = 0 \\ p_{1y} = m_1 v_{1y} = \dfrac{M}{2} v_{1y} \end{cases}$$

$$\begin{cases} p_{2x} = m_2 v_{2x} = \dfrac{M}{2} v_{2x} \\ p_{2y} = m_2 v_{2y} = \dfrac{M}{2} v_{2y} \end{cases}$$

Imponendo la conservazione della quantità di moto si ottiene che:

$$\begin{cases} P_x = p_{1x} + p_{2x} \\ P_y = p_{1y} + p_{2y} \end{cases}$$

$$\begin{cases} Mv_0 = 0 + p_{2x} \\ M\sqrt{gH} = \frac{M}{2}v_{1y} + \frac{M}{2}v_{2y} \end{cases}$$

$$\begin{cases} Mv_0 = 0 + p_{2x} \\ M\sqrt{gH} = 2p_{1y} \end{cases}$$

Nell'ultimo passaggio si è fatto uso del fatto che $v_{1y}=v_{2y}$ e, poiché entrambi i frammenti hanno la stessa massa, si ha anche che $p_{1y}=p_{2y}$. Riassumendo si ha allora che:

$$\begin{cases} p_{1x} = 0 \\ p_{1y} = \frac{M}{2}\sqrt{gH} \end{cases}$$

$$p_1 = \sqrt{p_{1x}^2 + p_{1y}^2} = \frac{M}{2}\sqrt{gH} \approx 350\mathrm{kg \cdot m/s}$$

$$\begin{cases} p_{2x} = Mv_0 \\ p_{2y} = \frac{M}{2}\sqrt{gH} \end{cases}$$

$$p_2 = \sqrt{p_{2x}^2 + p_{2y}^2} = M\sqrt{v_0^2 + \frac{gH}{4}} \approx 2129\mathrm{kg \cdot m/s}$$

Punto 4): L'energia sviluppata nell'esplosione è data dalla differenza fra l'energia cinetica totale subito dopo l'esplosione e quella subito prima dell'esplosione. L'energia cinetica prima dell'esplosione, K_e, è quella dell'ordigno:

$$K_e = \frac{1}{2}Mv_e^2 = \frac{M}{2}\left(v_0^2 + gH\right)$$

L'energia cinetica subito dopo l'esplosione, K_f, è data dalla somma delle energie cinetiche dei due frammenti:

$$K_f = \frac{p_1^2}{2m_1} + \frac{p_2^2}{2m_2} = \frac{1}{M}\left(p_1^2 + p_2^2\right)$$

$$K_f = \frac{1}{M}\left[\frac{M^2}{4}gH + M^2\left(v_0^2 + \frac{gH}{4}\right)\right]$$

$$K_f = \frac{M}{4}\left(gH + 4v_0^2 + gH\right)$$

$$K_f = \frac{M}{2}\left(2v_0^2 + gH\right)$$

La loro differenza è pari a:

$$K_f - K_e = \frac{M}{2}\left(2v_0^2 + gH\right) - \frac{M}{2}\left(v_0^2 + gH\right)$$

$$K_f - K_e = \frac{M}{2} v_0^2 \approx 220.5\mathrm{kJ}$$