Risultati esame scritto Fisica 1 - 23/02/2015
orali: 03-03-2015 alle ore 09.30 presso aula R

gli studenti interessati a visionare lo scritto sono pregati di presentarsi il giorno dell'orale

Nuovo ordinamento

matricola	voto	
118461*	nc	
118481	12	
118546	nc	
118559	nc	
118569*	nc	
120826	25	ammesso
118503	nc	
114907*	nc	
115212*	nc	
114966	nc	
112852	nc	
112118*	nc	
108481*	nc	
CASSALA*	nc	
118470*	nc	
118549	nc	
118493*	nc	
118557*	nc	
118456	nc	
120711*	nc	
118657	22	ammesso
118505	nc	
107191*	nc	
118548*	nc	
118598	nc	
118601	11	
112878	nc	
108502	nc	
118512	nc	
119842	nc	
114889	19	ammesso
118672*	nc	
114915	11	
IANNI*	nc	
113570	nc	
118471	10	
118554*	nc	
118545	nc	

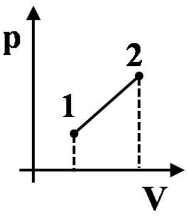
110590	nc	
118458*	nc	
114870	nc	
118597	nc	
114928*	nc	
118518	nc	
118506*	nc	
118467*	nc	
118486	10	
112102	nc	
118472	nc	
119844	nc	
115753	nc	
118462*	nc	
116401*	nc	
118522*	nc	
115056*	nc	
118550	nc	
118451	18	ammesso
118497	17	ammesso
116399	nc	
118637*	nc	
118537*	nc	
113481	nc	
120032*	nc	
118558	nc	
114868	nc	
114941	17	ammesso
120234*	nc	
118602*	nc	
118529*	nc	

nc=non classificato

Esame di Fisica 1

Corso Interateneo di Ing. Informatica e Biomedica ï 23/02/2015

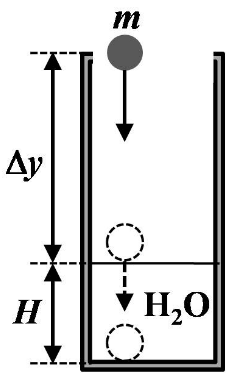
Problema 1



Sia data una mole di gas monoatomico che compie la trasformazione reversibile rappresentata in figura, dallo stato 1 allo stato 2. Durante tutta la trasformazione il rapporto fra pressione p e volume V è costante, ovvero $p/V=k$ (con k costante). Inoltre la differenza fra la temperatura finale T_2 e quella iniziale T_1 è pari a $\Delta T=T_2-T_1=50\text{K}$. Si calcoli il calore ΔQ scambiato con l'ambiente esterno. [La costante dei gas perfetti è $R=8.31\text{J/K}\cdot\text{mol}$]

Problema 2

Un corpo di massa $m=10.0\text{kg}$ e volume trascurabile viene lasciato cadere dalla sommità di un pozzo; sul fondo del pozzo si trova una falda acquifera di altezza $H=15.0\text{m}$ (vedi figura). Quando il corpo urta l'acqua produce un rumore che viene udito alla sommità del pozzo. Fra l'istante in cui viene lasciato cadere il corpo e l'istante in cui si ode il rumore trascorre un intervallo di tempo $T=2.50\text{s}$.



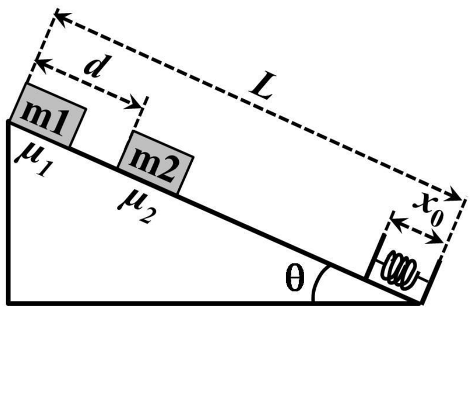
1) Trascurando l'attrito del corpo con l'aria e sapendo che la velocità del suono nell'aria è pari a $v_S=340\text{m/s}$, determinare la distanza Δy (vedi figura) fra la sommità del pozzo e la superficie dell'acqua.

2) Sapendo che una volta in acqua il corpo subisce anche una forza viscosa F_{VIS} di modulo pari a $|F_{VIS}|=b\cdot v^2$ con $b=2.0\text{kg/m}$ (v è la velocità istantanea del corpo) e assumendo che esso si muovi lungo una linea verticale, si calcoli la velocità limite v_{LIM} raggiunta dal corpo in acqua.

3) Assumendo che l'altezza H dell'acqua sia sufficiente a raggiungere la velocità limite v_{LIM}, si determini l'energia che è stata dissipata dal corpo all'interno dell'acqua non appena esso raggiunga il fondo (trascurando gli effetti dell'urto col fondo della falda acquifera).

Problema 3

Sia dato un piano inclinato scabro che forma un angolo $\theta=\pi/6$ con il piano orizzontale e di lunghezza $L=10.0\text{m}$. Sul piano inclinato si trovano due corpi puntiformi di massa $m_1=4.0\text{kg}$ e $m_2=2.0\text{kg}$; il corpo di massa m_1 si trova sulla sommità del piano inclinato mentre il corpo m_2 si trova più in basso a una distanza $d=1.0\text{m}$ lungo il piano inclinato (vedi figura). Il corpo di massa m_1 ha coefficiente di attrito $\mu_1=0.2$ col piano inclinato mentre il corpo m_2 ha coefficiente di attrito $\mu_2=0.4$. I due corpi sono inizialmente in quiete e vengono lasciati scivolare lungo il piano inclinato. In fondo al piano inclinato è posizionata una molla di lunghezza a riposo pari a $x_0=0.5\text{m}$.



1) Determinare il tempo t_0 trascorso prima dell'urto fra i due corpi.

2) Supponendo che l'urto sia completamente anelastico, determinare la velocità del corpo subito dopo l'urto e quanta energia è stata dissipata nel processo di urto anelastico.

3) Determinare la costante elastica k della molla affinché il corpo risultante dall'urto arrivi in fondo al piano inclinato con velocità nulla, producendo una compressione totale della molla (si noti che anche dopo l'urto gli attriti che agiscono sulle due parti rimangono invariati).

Soluzione problema 1

Per calcolare il calore scambiato nella traformazione della figura applichiamo il I principio della termodinamica:

$$\Delta U = \Delta Q - \Delta W$$

$$\Delta Q = \Delta U + \Delta W$$

Detta C_V la capacità termica a volume costante, la variazione di energia interna ΔU è data da:

$$\Delta U = C_V \left(T_2 - T_1\right)$$

$$\Delta U = \frac{3}{2} nR\Delta T$$

Per quanto riguarda il lavoro ΔW svolto durante la trasformazione, vale la pena ricordare che esso è pari all'area racchiusa sotto la curva della trasformazione; essa coincide con l'area di un trapezio avente basi maggiore e minore coincidenti con le pressioni p_2 e p_1, mentre l'altezza del trapezio è pari a V_2-V_1:

$$\Delta W = \frac{1}{2}\left(p_2 + p_1\right)\left(V_2 - V_1\right)$$

$$\Delta W = \frac{1}{2}\left(p_2 V_2 + p_1 V_2 - p_2 V_1 - p_1 V_1\right)$$

$$\Delta W = \frac{1}{2}\left(p_2 V_2 - p_1 V_1\right) + \frac{1}{2}\left(p_1 V_2 - p_2 V_1\right)$$

$$\Delta W = \frac{1}{2}\left(nRT_2 - nRT_1\right) + \frac{1}{2}\left(p_1 V_2 - p_2 V_1\right)$$

dove nell'ultimo passaggio si è fatto uso dell'equazione di stato dei gas perfetti. Per quanto riguarda la seconda parentesi, (p_1V_2-p_2V_1), si noti che essa è pari a zero perché:

$$\frac{p}{V} = k \rightarrow \frac{p_1}{V_1} = \frac{p_2}{V_2}$$

$$p_1 V_2 = p_2 V_1$$

$$p_1 V_2 - p_2 V_1 = 0$$

Quindi il lavoro fatto è pari a:

$$\Delta W = \frac{1}{2} nR\left(T_2 - T_1\right)$$

$$\Delta W = \frac{1}{2} nR\Delta T$$

Ne segue che il calore scambiato con l'esterno è pari a:

$$\Delta Q = \Delta U + \Delta W$$

$$\Delta Q = \frac{3}{2} nR\Delta T + \frac{1}{2} nR\Delta T$$

$$\Delta Q = 2nR\Delta T \approx 831\text{J}$$

Soluzione problema 2

Punto 1): Il tempo T che intercorre fra l'inizio della caduta e il momento in cui si ode il rumore alla sommità del pozzo è la somma del tempo t_1 impiegato dal corpo ad arrivare alla superficie dell'acqua e del tempo t_2 impiegato dal suono a compiere il percorso inverso. In entrambi i casi la distanza percorsa è pari Δy; nel caso della caduta del corpo si ha un moto uniformemente accelerato con velocità iniziale pari a zero:

$$\Delta y = \frac{1}{2} g t_1^2$$

mentre nel secondo caso si tratta di un moto a velocità costante, pari a v_S:

$$\Delta y = v_S t_2$$

Uguagliando le due espressioni si ha che:

$$\frac{1}{2} g t_1^2 = v_S t_2$$

$$\frac{1}{2} g t_1^2 - v_S t_2 = 0$$

Inoltre sappiamo che:

$$T = t_1 + t_2$$

$$t_2 = T - t_1$$

che sostituita nell'espressione trovata per t_1 e t_2:

$$\frac{1}{2} g t_1^2 - v_S \left(T - t_1\right) = 0$$

$$t_1^2 + \frac{2v_S}{g} t_1 - \frac{2v_S}{g} T = 0$$

L'ultima espressione è un'equazione di II grado in cui l'unica incognita è t_1; calcolando le due soluzioni si vede che una è negativa (non accettabile fisicamente) mentre l'altra è pari a:

$$t_1 = \frac{v_S}{g}\left(\sqrt{1 + \frac{2gT}{v_S}} - 1\right) \approx 2.42\text{s}$$

Con questo valore di t_1 possiamo calcolare la distanza percorsa dal corpo prima di raggiungere la superficie dell'acqua:

$$\Delta y = \frac{1}{2} g t_1^2 \approx 28.7\text{m}$$

Punto 2): Dato che il volume del corpo è trascurabile possiamo omettere la forza di Archimede una volta che il corpo è in acqua. Quindi agiscono solo la forza peso mg, verso il basso, e la forza viscosa bv^2, verso l'alto. Prendendo un asse verticale diretto verso il basso, il II principio della dinamica si scrive come:

$$ma = mg - bv^2$$

La velocità limite v_{LIM} viene raggiunta quando forza peso e forza viscosa si equivalgono, e quindi quando la forza risultante è nulla (e anche l'accelerazione a diventa nulla); ne segue che:

$$mg - bv^2 = 0$$

$$v_{LIM} = \sqrt{\frac{mg}{b}} \approx 7.0\text{m/s}$$

Punto 3): Non appena il corpo arriva a contatto con la superficie dell'acqua possiede energia cinetica non nulla (perché possiede la velocità v_0 dovuta alla caduta nel tratto Δy) e energia potenziale dovuta alla quota H a cui si trova. Quindi l'energia iniziale è data da:

$$E_i = \frac{1}{2}mv_0^2 + mgH$$

Per il contributo di energia cinetica, si tenga presente che nel tratto Δy, per la conservazione dell'energia meccanica, si ha che:

$$\frac{1}{2}mv_0^2 = mg \cdot \Delta y$$

Quindi l'energia iniziale è:

$$E_i = mg\Delta y + mgH = mg(\Delta y + H)$$

Non appena il corpo tocca il fondo della falda acquifera, esso non possiede più energia potenziale e la sua energia cinetica è data solo dalla velocità limite v_{LIM}:

$$E_f = \frac{1}{2}mv_{LIM}^2 = \frac{1}{2}m\frac{mg}{b}$$

La differenza fra energia iniziale E_i e quella finale E_f darà come risultato l'energia dissipata, E_{DISS}, dalla forza viscosa all'interno dell'acqua:

$$E_{DISS} = E_i - E_f$$

$$E_{DISS} = mg\left(\Delta y + H - \frac{m}{2b}\right) \approx 4.04\text{kJ}$$

Soluzione problema 3

Punto 1): Scegliamo come assi cartesiani l'asse x parallelo al piano inclinato e diretto verso il basso, e l'asse y perpendicolare al piano inclinato e diretto verso l'alto. Lungo l'asse y non si ha moto per entrambi i corpi, quindi la componente della forza peso perpendicolare al piano inclinato si bilancia con la reazione normale del piano:

$$\begin{cases} N_1 = m_1 g \cos\theta \\ N_2 = m_2 g \cos\theta \end{cases}$$

dove N_1 e N_2 sono le reazioni normali che agiscono rispettivamente su m_1 e m_2. Lungo l'asse x invece entrambi i corpi hanno un'accelerazione diversa da zero, dovuta alla risultante della forza peso diretta verso il basso e alla forza di attrito diretta verso l'alto. Il II principio della dinamica per entrambi i corpi si scrive come:

$$\begin{cases} m_1 a_1 = m_1 g \sin\theta - \mu_1 N_1 \\ m_2 a_2 = m_2 g \sin\theta - \mu_2 N_2 \end{cases}$$

$$\begin{cases} m_1 a_1 = m_1 g \sin\theta - \mu_1 m_1 g \cos\theta \\ m_2 a_2 = m_2 g \sin\theta - \mu_2 m_2 g \cos\theta \end{cases}$$

da cui seguono le accelerazioni a_1 e a_2:

$$\begin{cases} a_1 = g(\sin\theta - \mu_1 \cos\theta) \\ a_2 = g(\sin\theta - \mu_2 \cos\theta) \end{cases}$$

Si tratta di due moti uniformemente accelerati verso il basso, ma i due corpi partono con posizioni differenti. Quindi per la posizione x in funzione del tempo si ha che:

$$\begin{cases} x_1 = \frac{1}{2} a_1 t^2 = \frac{1}{2} g(\sin\theta - \mu_1 \cos\theta) t^2 \\ x_2 = d + \frac{1}{2} a_2 t^2 = d + \frac{1}{2} g(\sin\theta - \mu_2 \cos\theta) t^2 \end{cases}$$

I due corpi si urtano quando hanno la stessa posizione x, ovvero quando $x_1 = x_2$:

$$x_1 = x_2$$

$$\frac{1}{2} g t_0^2 (\sin\theta - \mu_1 \cos\theta) = d + \frac{1}{2} g t_0^2 (\sin\theta - \mu_2 \cos\theta)$$

$$t_0^2 (\mu_2 - \mu_1) \cos\theta = \frac{2d}{g}$$

$$t_0 = \sqrt{\frac{2d}{g(\mu_2 - \mu_1)\cos\theta}} \approx 1.08\text{s}$$

Punto 2): Per calcolare la velocità del corpo subito dopo l'urto anelastico, applichiamo la conservazione della quantità di moto (lungo l'asse x perché lungo l'asse y il moto è nullo):

$$p_1 + p_2 = P_{fin}$$

dove p_1 e p_2 sono le quantità di moto di m_1 e m_2 subito prima dell'urto e P_{fin} è la quantità di moto subito dopo l'urto. A questo scopo sono necessarie le velocità dei due corpi subito prima dell'urto. Dato che i due corpi hanno un moto uniformemente accelerato (e partono dallo stato di quiete) e prima dell'urto trascorre il tempo t_0, per le velocità abbiamo che:

$$\begin{cases} v_1 = a_1 t_0 = g(\sin\theta - \mu_1 \cos\theta) t_0 \approx 3.46\text{m/s} \\ v_2 = a_2 t_0 = g(\sin\theta - \mu_2 \cos\theta) t_0 \approx 1.63\text{m/s} \end{cases}$$

Applicando la conservazione della quantità di moto abbiamo che:

$$(m_1 + m_2) v_{fin} = m_1 v_1 + m_2 v_2$$

$$(m_1 + m_2) v_{fin} = m_1 g t_0 (\sin\theta - \mu_1 \cos\theta) + m_2 g t_0 (\sin\theta - \mu_2 \cos\theta)$$

$$(m_1 + m_2) v_{fin} = (m_1 + m_2) g t_0 \sin\theta - (\mu_1 m_1 + \mu_2 m_2) g t_0 \cos\theta$$

$$v_{fin} = g t_0 \left(\sin\theta - \frac{\mu_1 m_1 + \mu_2 m_2}{m_1 + m_2} \cos\theta \right) \approx 2.85\text{m/s}$$

L'energia dissipata nell'urto anelastico, E_{DISS}, è data dalla differenza fra l'energia cinetica dei corpi subito prima dell'urto, E_i, e quella del corpo subito dopo l'urto, E_f:

$$E_i = \frac{1}{2} m_1 v_1^2 + \frac{1}{2} m_2 v_2^2 \approx 26.60\text{J}$$

$$E_f = \frac{1}{2}(m_1 + m_2) v_{fin}^2 \approx 24.37\text{J}$$

$$E_{DISS} = E_i - E_f \approx 2.23\text{J}$$

Punto 3): Per calcolare la costante elastica della molla applichiamo la conservazione dell'energia tenendo presente che c'è energia dissipata durante l'urto anelastico e energia dissipata dalle forze di attrito. Siccome la compressione della molla è completa, il corpo m_1 ha percorso tutto il piano inclinato (di lunghezza L) mentre il corpo m_2 ha percorso la distanza L-d. Il lavoro fatto dalle forze di attrito e quindi l'energia dissipata da queste, $E_{D,1}$ e $E_{D,2}$, è data da:

$$E_{D,1} = \mu_1 m_1 g \cos\theta \cdot L$$

$$E_{D,2} = \mu_2 m_2 g \cos\theta \cdot (L - d)$$

L'energia iniziale dei due corpi è data dall'energia potenziale, U_1 e U_2, legata alle loro quote iniziali:

$$U_1 = m_1 g h_1 = m_1 g L \sin\theta$$

$$U_2 = m_2 g h_2 = m_2 g (L - d) \sin\theta$$

Dato che il problema ci dice che alla fine della compressione della molla il corpo arriva con velocità nulla (cioè l'energia cinetica finale è nulla), tutta l'energia potenziale U_1 e U_2 viene in parte convertita in energia elastica della molla, E_{EL}, e in parte dissipata dalle forze di attrito, $E_{D,1}$ e $E_{D,2}$, e dall'urto anelastico, E_{DISS}. Il bilancio di tutti questi contributi diventa:

$$U_1 + U_2 = E_{EL} + E_{D,1} + E_{D,2} + E_{DISS}$$

$$m_1 g L \sin\theta + m_2 g (L - d) \sin\theta = \frac{1}{2} k x_0^2 + \mu_1 m_1 g L \cos\theta + \mu_2 m_2 g (L - d) \cos\theta + E_{DISS}$$

$$\frac{1}{2} k x_0^2 = m_1 g L (\sin\theta - \mu_1 \cos\theta) + m_2 g (L - d)(\sin\theta - \mu_2 \cos\theta) - E_{DISS}$$

$$k = \frac{2 m_1 g}{x_0^2} L (\sin\theta - \mu_1 \cos\theta) + \frac{2 m_2 g}{x_0^2} (L - d)(\sin\theta - \mu_2 \cos\theta) - \frac{2 E_{DISS}}{x_0^2}$$

$$k = 1025.9\text{N/m} + 217.0\text{N/m} - 17.8\text{N/m} = 1225.1\text{N/m}$$