Risultati esame scritto Fisica 1 - 15/06/2015
orali: 22-06-2015 alle ore 14.00 presso aula G2

gli studenti interessati a visionare lo scritto sono pregati di presentarsi il giorno dell'orale

Nuovo ordinamento

matricola	voto	
114907*	15	
112119	14	
115212	15	
112852	12	
112118	nc	
118470*	15	
118525	17	ammesso
118493	15	
118456	nc	
114893	20	ammesso
120711*	15	
114920*	15	
116746	nc	
114922	20	ammesso
114952	nc	
118505	nc	
114683	12	
120708 (integr)	18	ammesso
108502	17	ammesso
114899	13	
118512	nc	
114915	15	
118552	27	ammesso
113579	17	ammesso
114902*	15	
118471	13	
118554*	15	
114925	nc	
110590	nc	
114870	nc	
114928*	15	
118467	17	ammesso
118486	14	
119844	13	
118637	nc	
113481	18	ammesso
119884	nc	

118558	21	ammesso
114868	17	ammesso
114885	18	ammesso
118599	18	ammesso
120234	20	ammesso
118602	nc	
118529*	15	

nc=non classificato

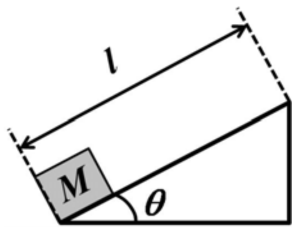
Esame di Fisica 1

Corso Interateneo di Ing. Informatica e Biomedica – 15/06/2015

Problema 1

Sia dato un piano inclinato che forma un angolo θ=30° con l'orizzontale, e di lunghezza l=10m. Ai piedi del piano inclinato si trova un corpo puntiforme di massa M=5.0kg inizialmente in quiete. Calcolare la velocità v_0 che bisogna dare al corpo affinché esso percorra tutta la lunghezza l del piano inclinato e ne esca con velocità v_1=5.0m/s.

Ripetere lo stesso calcolo nel caso in cui fra il piano inclinato e il corpo di massa M ci sia un attrito con coefficiente μ=0.25.



Problema 2

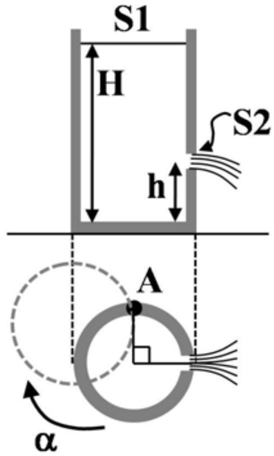
Sia dato un serbatoio di forma cilindrica pieno di acqua (densità dell'acqua ρ=10^3kg/m^3), con pareti di massa trascurabile e poggiato su un piano orizzontale privo di attrito. Il serbatoio ha sezione interna S_1=4.00m^2 ed è aperto in cima e a contatto con la pressione atmosferica; sulla sua parete si trova un rubinetto di sezione S_2=0.01m^2 inizialmente chiuso. Il livello dell'acqua all'interno del serbatoio è pari a H=5.0m, mentre il rubinetto si trova ad una quota h=0.2m dal fondo del serbatoio. All'istante t=0sec viene aperto il rubinetto di sezione S_2.

1) Si determini la velocità con cui fuoriesce l'acqua dal rubinetto, supponendo che S_1>>S_2 e che quindi il livello H all'interno del serbatoio sia costante.

2) Determinare il modulo della forza F esercitata sul serbatoio dall'acqua che fuoriesce dal rubinetto S_2.

Visto dall'alto (vedi parte in basso della figura), il serbatoio è vincolato a muoversi di moto rotatorio intorno all'asse verticale indicato come "A" in figura. In particolare, l'asse di rotazione "A" giace sulla parete del serbatoio, e rubinetto e asse "A" formano un angolo al centro di 90° (vedi figura).

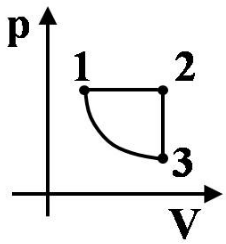
3) Sapendo che il momento di inerzia di un cilindro (con densità di massa uniforme) intorno all'asse del cilindro è pari a I_{CM}=(1/2)$m\cdot R^2$ (con m=massa del cilindro e R=raggio del cilindro), calcolare l'accelerazione angolare α impressa al serbatoio all'istante t=0sec in cui viene aperto il rubinetto.



Problema 3

Un gas ideale biatomico compie il ciclo di trasformazioni reversibili rappresentato in figura, costituito da una trasformazione isobara (pressione costante) dallo stato 1 allo stato 2, una trasformazione isocora (volume costante) dallo stato 2 allo stato 3, e da una trasformazione isoterma dallo stato 3 allo stato 1.

Determinare il rendimento del ciclo, sapendo che la temperatura dello stato 2 è doppia di quella dello stato 1, T_2=2·T_1.



Soluzione problema 1

Punto 1): L'energia iniziale del corpo è tutta energia cinetica K_0:

$$K_0 = \frac{1}{2}Mv_0^2$$

dove v_0 è la velocità impressa al corpo di massa M. L'energia finale sarà invece la somma di energia potenziale, dovuta alla quota raggiunta sulla sommità del piano inclinato, e energia cinetica dovuta alla velocità v_1 desiderata per l'uscita del corpo dal piano inclinato:

$$U_1 + K_1 = Mgl\sin\theta + \frac{1}{2}Mv_1^2$$

Applicando la cosnervazione dell'energia si ottiene che:

$$K_0 = U_1 + K_1$$

$$\frac{1}{2}Mv_0^2 = Mgl\sin\theta + \frac{1}{2}Mv_1^2$$

$$v_0 = \sqrt{2gl\sin\theta + v_1^2} \approx 11.1\text{m/s}$$

Punto 2): Ripetiamo esattamente lo stesso procedimento del punto 1) tenendo in considerazione che ora nel bilancio energetico bisogna tener conto anche del lavoro W_{ATT} fatto dalla forza di attrito:

$$W_{ATT} = \mu Mgl\cos\theta$$

dove si è tenuto conto del fatto che il modulo della forza di attrito lungo il piano inclinato è $F_{ATT}=\mu Mg\cos\theta$.

Riscrivendo il bilancio energetico si ha che:

$$K_0 = U_1 + K_1 + W_{ATT}$$

$$\frac{1}{2}Mv_0^2 = Mgl\sin\theta + \frac{1}{2}Mv_1^2 + \mu Mgl\cos\theta$$

$$v_0^2 = \sqrt{2gl(\sin\theta + \mu\cos\theta) + v_1^2} \approx 12.9\text{m/s}$$

Soluzione problema 2

Punto 1): Supponendo che il livello dell'acqua nel serbatoio rimanga costante, applichiamo il teorema di Torricelli e troviamo che la velocità v di fuoriuscita dell'acqua dal rubinetto è pari a:

$$v = \sqrt{2g(H-h)} \approx 9.7\text{m/s}$$

Punto 2): Man mano che il liquido fouriesce, spinge il serbatoio e trasferisce una certa quantità di moto, Δp, al serbatoio (analogamente a quanto accade nel fenomeno della propulsione). La forza F con cui viene spinto il serbaotio è allora:

$$F = \frac{\Delta p}{\Delta t}$$

dove Δp è la variazione di quantità di moto associata all'acqua che esce dal serbatotio e Δt è l'intervallo di tempo in cui si ha la variazione Δp. Indicando con Δm la quantità di massa di acqua che esce, e tenendo presente che essa esce con velocità v, la variazione Δp è data da:

$$\Delta p = \Delta m \cdot v = (\rho S_2 v \Delta t) \cdot v$$

$$\Delta p = \rho S_2 v^2 \Delta t$$

dove ρ è la densità dell'acqua, mentre $S_2 v\Delta t$ è il volume di acqua che fuoriesce nell'intervallo di tempo Δt. La forza F con cui viene spinto il serbatoio è allora pari a:

$$F = \frac{\Delta p}{\Delta t} = \frac{\rho S_2 v^2 \Delta t}{\Delta t}$$
$$F = \rho S_2 v^2$$
$$F = 2\rho g S_2 (H - h) \approx 941.8\text{N}$$

Punto 3): La forza *F* calcolata al punto 2) spinge il serbatoio in verso opposto alla fuoriuscita d'acqua, quindi all'istante *t*=0sec in cui viene aperto il rubinetto questa forza spinge il serbatoio verso sinistra (in basso nella figura del problema). Poiché il serbatoio è vincolato a ruotare intorno all'asse "A", questa forza non produce un moto traslatorio ma una rotazione intorno all'asse "A". Il modulo del momento della forza *F* calcolato rispetto all'asse di rotazione "A" è data dal prodotto del braccio per il modulo *F*. Per definizione di braccio di una forza, esso è dato dalla distanza minima fra l'asse di rotazione "A" e la direzione di applicazione della forza. Essendoci un'angolo di 90° fra asse di rotazione e posizione del rubinetto, questa distanza minima è pari al raggio *R* del serbatoio (vedi figura). Ne consegue che il modulo *M* del momento della forza *F* è dato da:

$$M = R \cdot F$$
$$M = 2\rho g R S_2 (H - h)$$

Per la II equazione cardinale dei moti rotatori, si ha anche che il momento della forza agente su un corpo rigido è pari a:

$$M = I_A \cdot \alpha$$

dove I_A è il momento d'inerzia calcolato rispetto all'asse di rotazione "A" e α è l'accelerazione angolare. Noto il momento d'inerzia, $I_{CM}=(1/2)m \cdot R^2$, intorno all'asse del serbatoio cilindrico, per il teorema di Steiner si ha la seguente espressione per il momento di inerzia I_A intorno all'asse "A":

$$I_A = mR^2 + I_{CM}$$
$$I_A = mR^2 + \frac{1}{2}mR^2 = \frac{3}{2}mR^2$$

con *m* massa dell'acqua contenuta nel serbatoio. Sostituendo questa espressione per il momento di inerzia I_A in quella del momento *M* si ottiene che:

$$M = I_A \cdot \alpha = \frac{3}{2}mR^2\alpha$$

Uguagliando le due espressioni scritte per il momento *M* si ottiene l'accelerazione angolare α:

$$\frac{3}{2}mR^2\alpha = 2\rho g R S_2 (H - h)$$
$$\alpha = \frac{4}{3} g \frac{\rho S_2}{mR}(H - h)$$

Dai dati del problema possiamo ricavare delle espressioni per la massa di acqua *m* contenuta nel serbatoio e per il suo raggio *R*:

$$m = \rho S_1 H$$
$$S_1 = \pi R^2 \rightarrow R = \sqrt{S_1/\pi}$$

Sostituiamo queste espressioni in quella trovata per l'accelerazione angolare α:

$$\alpha = \frac{4}{3} g \frac{\rho S_2}{\rho S_1 H} \sqrt{\frac{\pi}{S_1}} (H-h)$$

$$\alpha = \frac{4}{3} g \left(\frac{H-h}{H} \right) \frac{S_2}{S_1} \sqrt{\frac{\pi}{S_1}} \approx 0.03 \mathrm{rad/s^2}$$

Soluzione problema 3

Calcoliamo il rendimento η del ciclo con la seguente espressione:

$$\eta = 1 - \frac{Q_{CED}}{Q_{ASS}}$$

dove Q_{CED} e Q_{ASS} sono rispettivamente i moduli di tutto il calore ceduto e assorbito. Detta C_p la capacità termica a pressione costante, il calore Q_{12} scambiato con l'esterno durante la prima trasformazione (isobara) è pari a:

$$Q_{12} = C_p (T_2 - T_1)$$

$$Q_{12} = C_p (2T_1 - T_1)$$

$$Q_{12} = \frac{7}{2} nRT_1$$

con n numero di moli del gas e R costante dei gas perfetti. Nell'ultimo passaggio si è fatto uso del fatto che $T_2=2\cdot T_1$ e che $C_p=(7/2)nR$. Poiché Q_{12} è una quantità positiva, esso costituisce calore assorbito dal gas.

Detta C_V la capacità termica a volume costante, il calore Q_{23} scambiato con l'esterno durante la seconda trasformazione (isocora) è pari a:

$$Q_{23} = C_V (T_3 - T_2)$$

$$Q_{23} = \frac{5}{2} nR(T_3 - 2T_1)$$

$$Q_{23} = \frac{5}{2} nR(T_1 - 2T_1) = -\frac{5}{2} nRT_1$$

dove si è tenuto conto del fatto che $C_V=(5/2)nR$ e che $T_3=T_1$ perché gli stati 3 e 1 sono collegati da una isoterma. Poiché Q_{23} è negativo, esso è una parte del calore ceduto durante il ciclo.

Durante la trasformazione isoterma la temperatura è costante e di conseguenza la variazione di energia interna $\Delta U=0$; dal I principio della termodinamica ne segue che:

$$Q_{31} = \Delta W_{31}$$

dove ΔW_{31} è il lavoro svolto durante l'isoterma. Per ΔW_{31} si ha la seguente espressione:

$$\Delta W_{31} = nRT_1 \ln\left(\frac{V_1}{V_3} \right)$$

Dato che lo stato 3 e lo stato 2 sono collegati da una isocora, si ha che $V_3=V_2$ e di conseguenza l'ultima espressione diventa:

$$\Delta W_{31} = nRT_1 \ln\left(\frac{V_1}{V_2} \right)$$

Per calcolare il rapporto V_1/V_2 scriviamo le equazioni di stato per gli stati 1 e 2 e facciamone il rapporto membro a membro:

$$\begin{cases} p_1V_1 = nRT_1 \\ p_2V_2 = nRT_2 \end{cases}$$

$$\frac{p_1V_1}{p_2V_2} = \frac{T_1}{T_2} \rightarrow \frac{V_1}{V_2} = \frac{1}{2}$$

dove nell'ultimo passaggio si è tenuto conto del fatto che $p_1=p_2$ e che $T_2=2\cdot T_1$. Sostituendo nelle espressioni scritte prima si trova che:

$$Q_{31} = \Delta W_{31} = nRT_1 \ln\left(\frac{1}{2}\right)$$

Poiché il ln(1/2) è negativo, si ha che anche Q_{31} è parte del calore ceduto durante il ciclo.

Sostituendo i moduli dei risultati trovati nella formula del rendimento η, si ottiene che:

$$\eta = 1 - \frac{|Q_{23}| + |Q_{31}|}{Q_{12}}$$

$$\eta = 1 - \frac{\frac{5}{2}nRT_1 + nRT_1|\ln(0.5)|}{\frac{7}{2}nRT_1} = 1 - \frac{\frac{5}{2} + |\ln(0.5)|}{\frac{7}{2}}$$

$$\eta = 1 - \frac{5}{7} - \frac{2}{7}|\ln(0.5)| \approx 0.09$$