Risultati esame scritto Fisica 2 - 13/07/2015
orali: 21-07-2015 alle ore 09.30 presso aula M

gli studenti interessati a visionare lo scritto sono pregati di presentarsi il giorno dell'orale

Nuovo ordinamento

matricola	voto	
114962	nc	
114983	20	ammesso
114884	12	
118453	15	
114914	19	ammesso
110667	11	
108502	nc	
109937	nc	
115929	10	
113579	nc	
116351	26	ammesso
109938	11	
114918	19	ammesso
114882	20	ammesso
120826	18	ammesso
118465	24	ammesso
118451	20	ammesso
118497	nc	
114868	nc	
118606	12	
112898	11	

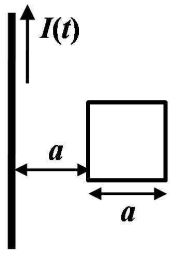
nc=non classificato

Per gli studenti del N.O.: possono sostenere l'esame di Fisica 2 solo gli studenti che hanno superato l'esame di Fisica 1

Esame di Fisica 2

Corso Interateneo di Ing. Informatica e Biomedica – 13/07/2015

Problema 1



Sia dato un filo conduttore infinito percorso da corrente $I(t)$ oscillante: $I(t)=I_0\cos(\omega t)$. A distanza a dal filo si trova una spira quadrata di lato a e resistenza elettrica R, complanare al filo (vedi figura) e fissa nella sua posizione. Si determini l'espressione della pulsazione ω tale che la potenza media dissipata sulla spira per effetto Joule sia pari a $\langle W\rangle=I_0^2\cdot R/2$, trascurando il fenomeno di autoinduzione della spira con sè stessa [si esprima il risultato in funzione dei parametri a e R].

Problema 2

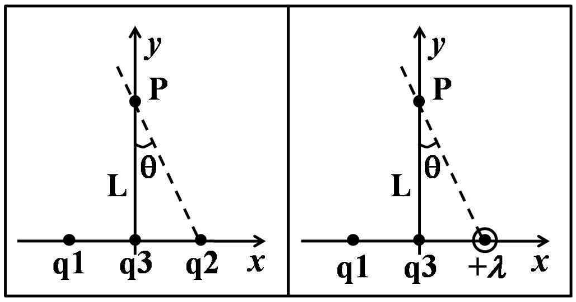
Siano date due cariche positive uguali, $q_1=q_2=2.5\mu C$, poste a una distanza pari a L=2.0m (figura a sinistra).

1) Si calcoli il vettore campo elettrico **E** (modulo, direzione e verso) generato dalle due cariche in un punto P giacente sulla normale passante per il punto medio del segmento che unisce le due cariche (vedi figura a sinistra), a distanza pari a L=2.0m dal punto medio.

2) Calcolare la carica q_3 da porre nel punto medio fra le due cariche affinché il campo elettrico in P sia nullo.

3) (Figura a destra) Sostituire la carica q_2 con un filo infinito perpendicolare alla superficie del foglio (in figura) e con densità di carica lineare $+\lambda$ positiva; calcolare il valore di λ affinchè il campo elettrico generato nel punto P dalla carica q_1 e dal filo $+\lambda$ abbia solo componente verticale (asse y in figura).

4) Nelle condizioni trovate col precedente quesito (punto 3 del problema), calcolare il valore della carica q_3 da porre nel punto medio affinché il campo elettrico nel punto P sia nullo.



Problema 3

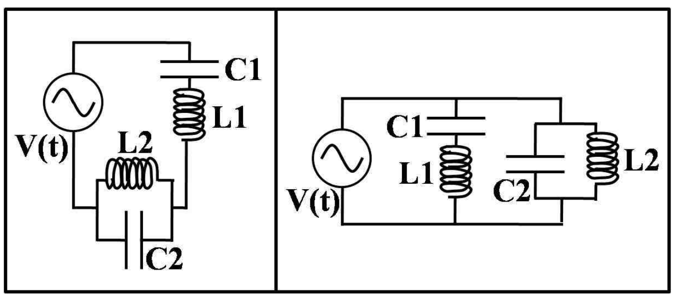
Siano dati i due circuiti della figura, alimentati da un generatore di tensione alternata $V(t)=V_0\cos(\omega t+\varphi)$, dove sono noti i parametri V_0 e ω. Sono inoltre noti i valori L_1 e L_2 delle due induttanze, e le capacità C_1 e C_2 dei due condensatori.

1) Nel caso della figura a sinistra, si determini l'impedenza complessa totale, Z_{TOT}, del circuito e il modulo dell'ampiezza della corrente oscillante, $|I_0|$ [si esprimano i risultati in funzione dei parametri L_1, L_2, C_1, C_2, e ove necessario di V_0 e ω].

2) Sempre nel circuito a sinistra, per $L_2=2L_1$ e $C_2=2C_1$ si determini per quali valori di ω si ha risonanza nel circuito e per quali valori di ω si ha invece corrente nulla nel circuito [si esprimano i risultati in funzione dei parametri L_1 e C_1]; si disegni un grafico qualitativo di $|I_0|$ in funzione di ω.

3) Nel caso della figura a destra, si determini l'impedenza complessa totale, Z_{TOT}, del circuito e il modulo dell'ampiezza della corrente oscillante, $|I_0|$ [si esprimano i risultati in funzione dei parametri L_1, L_2, C_1, C_2, e ove necessario di V_0 e ω].

4) Sempre nel circuito a destra, per $L_2=2L_1$ e $C_2=2C_1$ si determini per quali valori di ω si ha risonanza nel circuito e per quali valori di ω si ha invece corrente nulla nel circuito [si esprimano i risultati in funzione dei parametri L_1 e C_1]; si disegni un grafico qualitativo di $|I_0|$ in funzione di ω.



Soluzione problema 1

Il modulo del campo magnetico *B* generato da un filo infinito a distanza *r* dall'asse del filo è dato da:

$$B(t) = \frac{\mu_0 I(t)}{2\pi r} = \frac{\mu_0 I_0}{2\pi r}\cos(\omega t)$$

dove abbiamo già introdotto la dipendenza del campo magnetico dal tempo *t* dovuta alla corrente oscillante. La direzione del campo magnetico è perpendicolare alla superficie del foglio, e quindi della spira, col verso entrante e uscente a seconda del verso della corrente (verso l'alto o verso il basso). Siccome la corrente è oscillante, si ha un continuo alternarsi di campo magnetico entrante e uscente dalla spira. Di conseguenza il flusso $\Phi(B)$ attraverso la spira cambia nel tempo e per l'induzione di Faraday avremo forza elettromotrice indotta nella spira. Per il flusso istantaneo attraverso la spira abbiamo che:

$$\Phi(B) = \int_a^{2a} Ba \cdot dr$$

$$\Phi(B) = \frac{\mu_0 I_0 a}{2\pi}\cos(\omega t)\int_a^{2a}\frac{dr}{r}$$

$$\Phi(B) = \frac{\mu_0 I_0 a}{2\pi}\cos(\omega t)\ln(2)$$

Il modulo della forza elettromotrice indotta, f_{ind}, è dato da:

$$f_{ind} = \left| -\frac{d\Phi(B)}{dt} \right|$$

$$f_{ind} = \frac{\mu_0 I_0 a \ln(2)}{2\pi}\left|\frac{d}{dt}\cos(\omega t)\right|$$

$$f_{ind} = \frac{\mu_0 I_0 a \ln(2)}{2\pi}\omega\sin(\omega t)$$

Essendo nota la resistenza elettrica *R* della spira, la corrente indotta I_{ind} è data da:

$$I_{ind} = \frac{f_{ind}}{R}$$

$$I_{ind} = \frac{\mu_0 I_0 a\omega \ln(2)\sin(\omega t)}{2\pi R}$$

La potenza istantanea W_J dissipata per effetto Joule è data da:

$$W_J = I_{ind}^2 R$$

$$W_J = \left(\frac{\mu_0 I_0}{2\pi}\right)^2 \frac{a^2\omega^2\ln^2(2)}{R^2}\sin^2(\omega t)\cdot R$$

$$W_J = \left(\frac{\mu_0 I_0}{2\pi}\right)^2 \frac{a^2\omega^2\ln^2(2)}{R}\sin^2(\omega t)$$

La potenza media dissipata è data dal valor medio dell'ultima espressione:

$$< W_J >= \left(\frac{\mu_0 I_0}{2\pi}\right)^2 \frac{a^2\omega^2\ln^2(2)}{R} < \sin^2(\omega t) >$$

$$< W_J >= \left(\frac{\mu_0 I_0}{2\pi}\right)^2 \frac{a^2\omega^2\ln^2(2)}{2R}$$

Imponendo che quest'ultima espressione sia pari alla potenza richiesta dal problema, <W>=$I_0^2 \cdot R/2$, si ottiene un'equzione per la pulsazione ω:

$$< W_J > = < W >$$

$$\left(\frac{\mu_0 I_0}{2\pi}\right)^2 \frac{a^2\omega^2 \ln^2(2)}{2R} = \frac{I_0^2 R}{2}$$

$$\left(\frac{\mu_0}{2\pi}\right)^2 a^2\omega^2 \ln^2(2) = R^2$$

$$\left(\frac{\mu_0}{2\pi}\right) a\omega \ln(2) = R$$

$$\omega = \frac{2\pi R}{\mu_0 a \ln(2)}$$

Soluzione problema 2

Punto 1): Dato che le due cariche sono uguali e equidistanti dal punto P, esse generano due campi elettrici di modulo uguale nel punto P e diretti lungo la congiungente della singola carica col punto P, in verso uscente (cariche puntiformi generano un campo elettrico radiale). Per questo motivo i due campi elettrici generati nel punto P sono due vettori simmetrici (speculari) rispetto all'asse y. In particolare hanno quindi componente verticale (E_{1y} e E_{2y}) uguale in modulo e concorde, e componente orizzontale (E_{1x} e E_{2x}) uguale in modulo ma discorde. La somma dei due campi elettrici ha allora solo componente verticale, e il campo totale è quindi diretto e orientato lungo l'asse y positivo (verticale e verso l'alto in figura).

Per quanto riguarda il modulo del campo elettrico totale, osserviamo che il modulo del campo elettrico generato da una singola carica è pari a:

$$E_1 = E_2 = \frac{q_1}{4\pi\varepsilon_0 \left(L^2 + L^2/4\right)}$$

$$E_1 = E_2 = \frac{q_1}{\pi\varepsilon_0 \left(5L^2\right)} = \frac{q_1}{5\pi\varepsilon_0 L^2}$$

Dato che le componenti orizzontali si annullano, dobbiamo calcolare la componente verticale di ciascun campo (E_1 e E_2) e sommarle; poiché i campi sono uguali in modulo e simmetrici rispetto all'asse y, basterà calcolare la componente verticale di un solo campo e moltiplicare per due. Per l'angolo θ in figura abbiamo le seguenti relazioni:

$$\begin{cases} \sqrt{L^2 + L^2/4}\cos\theta = L \\ \sqrt{L^2 + L^2/4}\sin\theta = L/2 \end{cases}$$

$$\begin{cases} \cos\theta = 2/\sqrt{5} \\ \sin\theta = 1/\sqrt{5} \end{cases}$$

Il modulo della risultante del campo elettrico sarà allora pari a:

$$E_{TOT} = 2E_{1y} = 2E_1 \cos\theta$$

$$E_{TOT} = 2\frac{q_1}{5\pi\varepsilon_0 L^2}\frac{2}{\sqrt{5}} = \frac{4q_1}{5\sqrt{5}\pi\varepsilon_0 L^2} \approx 8.0\,\mathrm{kV/m}$$

Punto 2): Il campo elettrico generato nel punto P da una carica puntiforme q_3 posta nel punto medio sarà diretto lungo la verticale in figura (campo radiale di una carica puntiforme). Quindi il campo risultante sarà la somma delle componenti verticali (dato che i campi in questione sono tutti diretti lungo l'asse verticale). Detto E_3 il campo generato in P da q_3, la condizione richiesta dal problema (campo elettrico totale nullo in P) equivale a:

$$E_{TOT} + E_3 = 0$$

$$\frac{4q_1}{5\sqrt{5}\pi\varepsilon_0 L^2} + \frac{q_3}{4\pi\varepsilon_0 L^2} = 0$$

$$\frac{q_3}{4} = -\frac{4q_1}{5\sqrt{5}}$$

$$q_3 = -\frac{16q_1}{5\sqrt{5}} \approx -3.6\mu\text{C}$$

Punto 3): Il campo elettrico generato da un filo infinito perpendicolare al foglio ha direzione radiale uscente dal filo, e quindi nel punto P ha la stessa direzione e verso del campo generato dalla precedente carica q_2 (stesso verso perché la densità di carica λ è positiva). Il modulo del campo elettrico generato dal filo è pari a:

$$E_{filo} = \frac{\lambda}{2\pi\varepsilon_0\sqrt{L^2 + L^2/4}} = \frac{\lambda}{\pi\varepsilon_0 L\sqrt{5}}$$

Avendo direzione radiale, possiamo calcolare la componente orizzontale e verticale sfruttando $\cos\theta$ e $\sin\theta$ precedentemente determinati:

$$\begin{cases} E_{x,filo} = E_{filo}\sin\theta \\ E_{y,filo} = E_{filo}\cos\theta \end{cases}$$

$$\begin{cases} E_{x,filo} = \dfrac{\lambda}{\pi\varepsilon_0 L\sqrt{5}}\sin\theta = \dfrac{\lambda}{\pi\varepsilon_0 L\sqrt{5}}\dfrac{1}{\sqrt{5}} \\ E_{y,filo} = \dfrac{\lambda}{\pi\varepsilon_0 L\sqrt{5}}\cos\theta = \dfrac{\lambda}{\pi\varepsilon_0 L\sqrt{5}}\dfrac{2}{\sqrt{5}} \end{cases}$$

$$\begin{cases} E_{x,filo} = \dfrac{\lambda}{5\pi\varepsilon_0 L} \\ E_{y,filo} = \dfrac{2\lambda}{5\pi\varepsilon_0 L} \end{cases}$$

Affinché il campo elettrico generato da carica q_1 e filo $+\lambda$ abbia solo componente verticale, è necessario che le componenti orizzontali, E_{1x} e $E_{x,filo}$, dei campi elettrici di q_1 e λ siano uguali in modulo (visto che sono opposte in verso). Determiniamo E_{1x}:

$$E_{1x} = E_1\sin\theta$$

$$E_{1x} = \frac{q_1}{5\pi\varepsilon_0 L^2}\frac{1}{\sqrt{5}} = \frac{q_1}{5\sqrt{5}\pi\varepsilon_0 L^2}$$

Uguagliando E_{1x} e $E_{x,filo}$ si ottiene un'equazione per λ:

$$E_{x,filo} = E_{1x}$$

$$\frac{\lambda}{5\pi\varepsilon_0 L} = \frac{q_1}{5\sqrt{5}\pi\varepsilon_0 L^2}$$

$$\lambda = \frac{q_1}{\sqrt{5}L} \approx 0.56\,\mu\mathrm{C/m}$$

Punto 4): Nelle condizioni trovate al punto precedente, il campo elettrico E_{TOT} generato da q_1 e λ nel punto P è diretto lungo l'asse verticale, col verso delle y positive (dato che sono entrambi diretti verso l'alto):

$$E_{TOT} = E_{1y} + E_{y,filo}$$

$$E_{TOT} = \frac{2q_1}{5\sqrt{5}\pi\varepsilon_0 L^2} + \frac{2\lambda}{5\pi\varepsilon_0 L}$$

Sostiruendo il valore di λ determinato prima si ottiene che:

$$E_{TOT} = \frac{2q_1}{5\sqrt{5}\pi\varepsilon_0 L^2} + \frac{2q_1}{5\sqrt{5}\pi\varepsilon_0 L^2} = \frac{4q_1}{5\sqrt{5}\pi\varepsilon_0 L^2}$$

La carica q_3 da porre nel punto medio deve generare un campo elettrico uguale e opposto all'ultima espressione determinata:

$$E_{TOT} + E_3 = 0$$

$$\frac{4q_1}{5\sqrt{5}\pi\varepsilon_0 L^2} + \frac{q_3}{4\pi\varepsilon_0 L^2} = 0$$

$$q_3 = -\frac{16q_1}{5\sqrt{5}} \approx -3.6\mu\mathrm{C}$$

Soluzione problema 3

Punto 1): Il circuito a sinistra è costituito dall'impedenza Z_1 fatta da C_1 e L_1 in serie, e dall'impedenza Z_2 fatta da C_2 e L_2 in parallelo; a loro volta Z_1 e Z_2 sono in serie. Calcoliamo prima le impedenze Z_1 e Z_2. Per Z_1 abbiamo una serie e si sommano le impedenze di C_1 e L_1:

$$Z_1 = j\omega L_1 - \frac{j}{\omega C_1}$$

$$Z_1 = j\left(\frac{\omega^2 L_1 C_1 - 1}{\omega C_1}\right)$$

Per Z_2 abbiamo invece un parallelo e si sommano i reciproci delle impedenze di C_2 e L_2:

$$\frac{1}{Z_2} = \frac{1}{j\omega L_2} - \frac{\omega C_2}{j}$$

$$\frac{1}{Z_2} = \frac{1 - \omega^2 L_2 C_2}{j\omega L_2}$$

$$Z_2 = j\left(\frac{\omega L_2}{1 - \omega^2 L_2 C_2}\right)$$

L'impedenza totale Z_{TOT} è data dalla serie di Z_1 con Z_2:

$$Z_{TOT} = Z_1 + Z_2$$

$$Z_{TOT} = j\left(\frac{\omega^2 L_1 C_1 - 1}{\omega C_1}\right) + j\left(\frac{\omega L_2}{1-\omega^2 L_2 C_2}\right)$$

$$Z_{TOT} = j\frac{\left(1-\omega^2 L_2 C_2\right)\left(\omega^2 L_1 C_1 - 1\right) + \omega^2 C_1 L_2}{\omega C_1\left(1-\omega^2 L_2 C_2\right)}$$

$$Z_{TOT} = j\frac{-\omega^4 L_1 C_1 L_2 C_2 + \omega^2\left(L_1 C_1 + L_2 C_2\right) - 1 + \omega^2 C_1 L_2}{\omega C_1\left(1-\omega^2 L_2 C_2\right)}$$

$$Z_{TOT} = j\frac{-\omega^4 L_1 C_1 L_2 C_2 + \omega^2\left(L_1 C_1 + L_2 C_2 + C_1 L_2\right) - 1}{\omega C_1\left(1-\omega^2 L_2 C_2\right)}$$

L'impedenza totale Z_{TOT} è tutta immaginaria perché nel circuito non c'è alcun elemento resistivo, ma sono presenti solo induttanze e capacità. A seconda dei valori di L_1, L_2, C_1 e C_2 la parte immaginaria è positiva o negativa, producendo rispettivamente uno sfasamento di $+\pi/2$ o $-\pi/2$ fra corrente e tensione.
Detto $|Z_{TOT}|$ il modulo della Z_{TOT} complessa, e applicando il metodo simblico e la legge di Ohm per i fasori, si ottiene che:

$$V_0 e^{j(\omega t+\varphi)} = |Z_{TOT}| e^{j(\pm\pi/2)} I_0 e^{j\omega t}$$

$$V_0 = I_0 |Z_{TOT}|$$

dove nell'ultimo passaggio si è imposta la fase φ fra tensione e corrente pari a $\pm\pi/2$. Dato che la fase in modulo è pari a $\pi/2$, il segno "più" o "meno" della fase (che cambierebbe il segno della corrente) non è importante in questo problema perché viene richiesto di calcolare solo il modulo di I_0. Per quest'ultimo si ha dall'ultima equazione:

$$|I_0| = \frac{V_0}{|Z_{TOT}|}$$

$$|I_0| = \frac{V_0 \cdot \omega C_1 \left|1-\omega^2 L_2 C_2\right|}{\left|-\omega^4 L_1 C_1 L_2 C_2 + \omega^2\left(L_1 C_1 + L_2 C_2 + C_1 L_2\right) - 1\right|}$$

Punto 2): Nell'ultima espressione imponiamo che $L_2=2L_1$ e $C_2=2C_1$:

$$|I_0| = \frac{V_0 \cdot \omega C_1 \left|1-4\omega^2 L_1 C_1\right|}{\left|-4\omega^4 L_1^2 C_1^2 + 7\omega^2 L_1 C_1 - 1\right|}$$

Si ha risonanza nel circuito quando il modulo dell'ampiezza di corrente è massimo, e questo dalla precedente espressione si ottiene quando il denominatore è pari a zero:

$$-4\omega^4 L_1^2 C_1^2 + 7\omega^2 L_1 C_1 - 1 = 0$$

Quest'ultima rappresenta un'equazione di II grado avente come incognita ω^2, le cui soluzioni sono:

$$\omega_{1,2}^2 = \frac{-7L_1 C_1 \pm \sqrt{49 L_1^2 C_1^2 - 16 L_1^2 C_1^2}}{-8 L_1^2 C_1^2}$$

$$\omega_{1,2}^2 = \left(\frac{7 \pm \sqrt{33}}{8}\right)\frac{1}{L_1 C_1}$$

$$\omega_{1,2} = \sqrt{\frac{7 \pm \sqrt{33}}{8}} \frac{1}{\sqrt{L_1 C_1}}$$

$$\omega_1 \approx \frac{1.26}{\sqrt{L_1 C_1}}, \qquad \omega_2 \approx \frac{0.40}{\sqrt{L_1 C_1}}$$

Per pulsazioni ω pari a ω_1 e ω_2 il modulo della corrente $|I_0|$ diverge a $+\infty$; ovviamente nella realtà è sempre presente un minimo carico resistivo (oltre a capacità e induttanze) e non si avrebbe la divergenza ma un valore molto maggiore di 1. Per queste due pulsazioni si ha risonanza del circuito con la tensione di ingresso.

Quando invece il modulo della corrente $|I_0|$ è nullo, si ha antirisonanza del circuito; questo accade quando il numeratore dell'espressione di $|I_0|$ è nullo:

$$1 - 4\omega^2 L_1 C_1 = 0$$

$$\omega_0 = \frac{1}{2\sqrt{L_1 C_1}} = \frac{0.50}{\sqrt{L_1 C_1}}$$

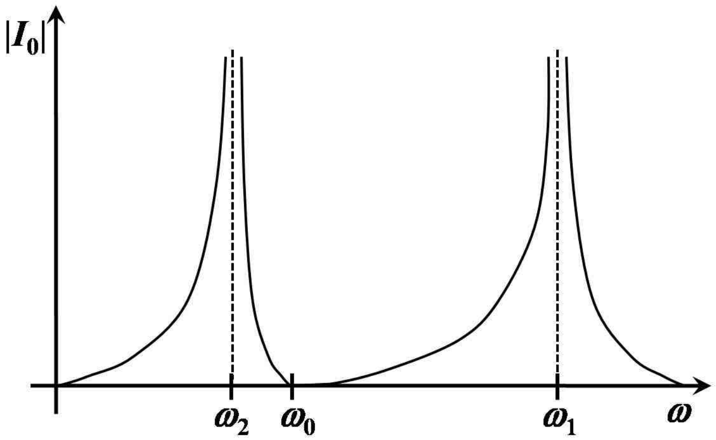
Per questo valore della pulsazione, $\omega = \omega_0$, si ha antirisonanza; come si vede ω_0 è compreso fra i valori ω_1 e ω_2 in cui si hanno le risonanze.

Per poter disegnare un grafico qualitativo di $|I_0|$ in funzione di ω, rimane solo da analizzare l'andamento di $|I_0|$ per $\omega \to 0$ e per $\omega \to \infty$:

$$\lim_{\omega \to 0} |I_0| = \lim_{\omega \to 0} \frac{V_0 \cdot \omega C_1 \left|1 - 4\omega^2 L_1 C_1\right|}{\left|-4\omega^4 L_1^2 C_1^2 + 7\omega^2 L_1 C_1 - 1\right|} = 0$$

$$\lim_{\omega \to \infty} |I_0| = \lim_{\omega \to \infty} \frac{V_0 \cdot \omega C_1 \left|1 - 4\omega^2 L_1 C_1\right|}{\left|-4\omega^4 L_1^2 C_1^2 + 7\omega^2 L_1 C_1 - 1\right|} = 0$$

Il grafico qualitativo di $|I_0|$ in funzione di ω è allora il seguente:



Punto 3): Il circuito a destra è costituito dall'impedenza Z_1 fatta da C_1 e L_1 in serie, e dall'impedenza Z_2 fatta da C_2 e L_2 in parallelo; a loro volta Z_1 e Z_2 sono questa volta in parallelo. Le impedenze Z_1 e Z_2 sono le stesse determinate al punto 1):

$$Z_1 = j\left(\frac{\omega^2 L_1 C_1 - 1}{\omega C_1}\right)$$

$$Z_2 = j\left(\frac{\omega L_2}{1 - \omega^2 L_2 C_2}\right)$$

L'impedenza totale Z_{TOT} è data dal parallelo di Z_1 con Z_2:

$$\frac{1}{Z_{TOT}} = \frac{1}{Z_1} + \frac{1}{Z_2}$$

$$\frac{1}{Z_{TOT}} = \frac{1}{j}\left(\frac{\omega C_1}{\omega^2 L_1 C_1 - 1}\right) + \frac{1}{j}\left(\frac{1-\omega^2 L_2 C_2}{\omega L_2}\right)$$

$$\frac{1}{Z_{TOT}} = \frac{\omega^2 C_1 L_2 + \left(1-\omega^2 L_2 C_2\right)\left(\omega^2 L_1 C_1 - 1\right)}{j\omega L_2\left(\omega^2 L_1 C_1 - 1\right)}$$

$$Z_{TOT} = j\frac{\omega L_2\left(\omega^2 L_1 C_1 - 1\right)}{-\omega^4 L_1 C_1 L_2 C_2 + \omega^2\left(L_1 C_1 + L_2 C_2 + C_1 L_2\right) - 1}$$

Detto $|Z_{TOT}|$ il modulo della Z_{TOT} complessa, e applicando il metodo simblico e la legge di Ohm per i fasori, si ottiene che:

$$V_0 e^{j(\omega t + \varphi)} = \left|Z_{TOT}\right| e^{j(\pm\pi/2)} I_0 e^{j\omega t}$$

$$V_0 = I_0 \left|Z_{TOT}\right|$$

Per il modulo $|I_0|$ si ha dall'ultima equazione:

$$\left|I_0\right| = \frac{V_0}{\left|Z_{TOT}\right|}$$

$$\left|I_0\right| = \frac{V_0 \cdot \left|-\omega^4 L_1 C_1 L_2 C_2 + \omega^2\left(L_1 C_1 + L_2 C_2 + C_1 L_2\right) - 1\right|}{\left|\omega L_2\left(\omega^2 L_1 C_1 - 1\right)\right|}$$

Punto 4): Nell'ultima espressione imponiamo che L_2=2L_1 e C_2=2C_1:

$$\left|I_0\right| = \frac{V_0\left|-4\omega^4 L_1^2 C_1^2 + 7\omega^2 L_1 C_1 - 1\right|}{\left|2\omega L_1\left(\omega^2 L_1 C_1 - 1\right)\right|}$$

Si ha risonanza nel circuito quando il modulo dell'ampiezza di corrente è massimo, e questo dalla precedente espressione si ottiene quando il denominatore è pari a zero:

$$\omega^2 L_1 C_1 - 1 = 0$$

$$\omega_0 = \frac{1}{\sqrt{L_1 C_1}}$$

Invece si ha antirisonanza quando $|I_0|$=0, e questo avviene quando il numeratore è pari a zero:

$$-4\omega^4 L_1^2 C_1^2 + 7\omega^2 L_1 C_1 - 1 = 0$$

Quest'ultima rappresenta la medesima equazione di II grado già risolta al punto 2), per cui le soluzioni sono di nuovo:

$$\omega_1 \approx \frac{1.26}{\sqrt{L_1 C_1}}, \qquad \omega_2 \approx \frac{0.40}{\sqrt{L_1 C_1}}$$

Per pulsazioni ω pari a ω_1 e ω_2 il modulo della corrente $|I_0|$ è nullo e si ha antirisonanza. Come prima si ha che ω_0 è compreso fra i valori ω_1 e ω_2, solo che in questo caso in ω_0 si ha risonanza e in ω_1 e ω_2 si hanno le antirisonanze (comportamento opposto al precedente circuito).

Per poter disegnare un grafico qualitativo di $|I_0|$ in funzione di ω, rimane da analizzare l'andamento di $|I_0|$ per $\omega \to 0$ e per $\omega \to \infty$:

$$\lim_{\omega\to 0}|I_0| = \lim_{\omega\to 0}\frac{V_0\left|-4\omega^4 L_1^2 C_1^2 + 7\omega^2 L_1 C_1 - 1\right|}{\left|2\omega L_1\left(\omega^2 L_1 C_1 - 1\right)\right|} = \infty$$

$$\lim_{\omega\to \infty}|I_0| = \lim_{\omega\to \infty}\frac{V_0\left|-4\omega^4 L_1^2 C_1^2 + 7\omega^2 L_1 C_1 - 1\right|}{\left|2\omega L_1\left(\omega^2 L_1 C_1 - 1\right)\right|} = \infty$$

Il grafico qualitativo di $|I_0|$ in funzione di ω è allora il seguente: