Risultati esame scritto Fisica 2 - 12/07/2016
orali: 19-07-2016 alle ore 10.30 presso aula H

gli studenti interessati a visionare lo scritto sono pregati di presentarsi il giorno dell'orale

matricola	voto	
114920	nc	
209479	22	ammesso
118470	17	ammesso
112117	nc	
114561	10	
114893	17	ammesso
114920	nc	
114922	17	ammesso
115088	14	
109764	17	ammesso
118481	13	
118552	14	
*114870	nc	
207822	13	
112110	17	ammesso
109842	17	ammesso
110910	10	
*114565	nc	
118497	14	
114979	18	ammesso
109860	15	
113481	10	
112083	10	
118599	20	ammesso

nc=non classificato

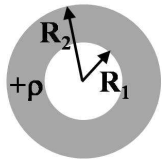
Esame di Fisica 2

Corso Interateneo di Ing. Informatica e Biomedica – 12/07/2016

Problema 1

Sia dato un guscio sferico non conduttore con densità di carica positiva $+\rho$ uniformemente distribuita su di esso. Il raggio interno del guscio è R_1 mentre quello esterno è R_2. Ponendo il potenziale elettrico $V(r)=0$ per $r\to\infty$, si determini il valore del potenziale elettrico al centro del guscio sferico.

[Si esprima il risultato in funzione dei parametri del problema: ρ, R_1, R_2, e ove necessario delle costanti universali].



Problema 2

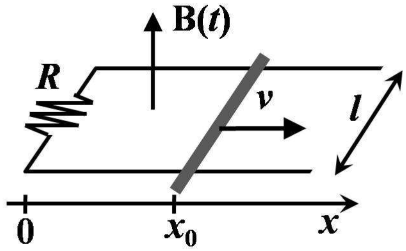
Sia dato un circuito come quello in figura disposto nel piano orizzontale e costituito da due binari conduttori paralleli separati da una distanza l, chiusi a sinistra da una barra conduttrice rigida e fissa, e a destra da una barra mobile in grado di scorrere sui binari senza attrito. La barra a sinistra contiene una resistenza elettrica R, mentre il resto del circuito ha resistenza elettrica trascurabile. Tutto il circuito è immerso in un campo magnetico B perpendicolare alla superficie del circuito e orientato verso l'alto in figura. Il campo magnetico è uniforme nello spazio ma è dipendente dal tempo, $B=B(t)$, secondo la formula: $B(t)=B_0\exp(-t/\tau)$, dove B_0 è il valore del campo magnetico all'istante iniziale e τ è il tempo caratteristico con cui decade $B(t)$.

1) Si supponga che la posizione della barra mobile sia data dalla legge oraria $x(t)=x_0+vt$, con x_0 posizione di partenza lungo i binari e con velocità v costante e diretta verso destra in figura; in tali condizioni si determini per quali valori del tempo t la corrente I circolante nel circuito è nulla.

[Si esprimano i risultati in funzione dei parametri del problema: x_0, v, τ, e se necessario delle costanti universali].

2) Si supponga nota la posizione iniziale x_0 della barra mobile e la sua velocità iniziale v_0; assumendo che la velocità non sia costante, determinare la funzione $v=v(t)$ che rende identicamente nulla la corrente I per qualsiasi istante t.

[Si esprima il risultato in funzione dei parametri del problema: v_0, τ, e se necessario delle costanti universali].



Problema 3

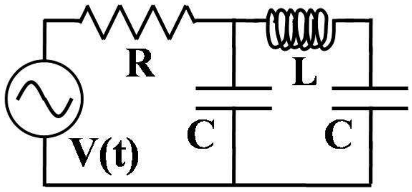
Sia dato il circuito della figura, alimentato in ingresso da un generatore di tensione alternata di cui sono noti V_0 e ω, rispettivamente ampiezza e pulsazione della tensione oscillante. Sono inoltre noti i valori della resistenza R, dell'induttanza L e delle due capacità C (uguali fra loro).

1) Determinare l'impedenza complessa totale, Z_{TOT}, del circuito e calcolarne il modulo, $Z_0=|Z_{TOT}|$, e la fase α.

2) Determinare l'ampiezza della corrente I_0 che circola nel circuito in funzione di ω, calcolare per quale valore ω_R si ha risonanza e il valore di I_0 alla risonanza.

3) Determinare per quale valore ω_A si ha antirisonanza e il corrispondente valore di I_0. Determinare inoltre il valore di I_0 per $\omega\to 0$ e $\omega\to\infty$, dando un grafico di I_0 in funzione di ω.

[Si esprimano i risultati in funzione dei parametri che sono necessari fra: R, L, C, V_0, ω, e ove necessario delle costanti universali]



Soluzione problema 1

Data la simmetria sferica del problema, il campo elettrico è di tipo radiale in tutto lo spazio. Applicando il teorema di Gauss per $r>R_2$ si ottiene che il campo elettrico $E(r)$ generato all'esterno del guscio coincide col campo elettrico generato da una carica puntiforme, posizionata nel centro del guscio e avente carica totale Q_{TOT} pari a tutta la carica posseduta dal guscio. Si ha allora che:

$$E(r)=\frac{Q_{TOT}}{4\pi\varepsilon_0 r^2} \quad \text{per } r > R_2$$

$$Q_{TOT} = \rho\frac{4\pi}{3}\left(R_2^3-R_1^3\right)$$

$$E(r)=\frac{\rho}{3\varepsilon_0}\frac{R_2^3-R_1^3}{r^2}$$

dove nell'ultimo passaggio abbiamo sostituito a Q_{TOT} la sua espressione determinata mediante la densità di carica ρ e il volume totale del guscio. Al campo elettrico di una carica puntiforme Q_{TOT}, si può associare un potenziale elettrico $V(r)$ della seguente forma imponendo $V(r)=0$ per $r\rightarrow\infty$:

$$V(r)=\frac{Q_{TOT}}{4\pi\varepsilon_0 r} \quad \text{per } r > R_2$$

$$V(r)=\frac{\rho}{3\varepsilon_0}\frac{R_2^3-R_1^3}{r}$$

$$V(R_2)=\frac{\rho}{3\varepsilon_0}\frac{R_2^3-R_1^3}{R_2}$$

dove nell'ultimo passaggio abbiamo imposto $r=R$ per avere il valore del potenziale sulla superficie esterna del guscio sferico.

All'interno del guscio, fra la superfice esterna a quella interna, il campo elettrico è diverso da quello precedentemente determinato. Data la simmetria sferica, il campo elettrico è uniforme su superfici sferiche concentriche al guscio ed inoltre è perpendicolare a tali superfici. Allora, applicando il teorema di Gauss a una superficie sferica di raggio r tale che $R_1<r<R_2$, si ottiene che:

$$\Phi(E)=\frac{Q_{in}}{\varepsilon_0}$$

$$4\pi r^2 E(r)=\frac{Q_{in}}{\varepsilon_0}$$

$$E(r)=\frac{Q_{in}}{4\pi\varepsilon_0 r^2} \quad \text{per } R_1 < r < R_2$$

dove Q_{in} è la carica contenuta all'interno della sfera di raggio r. Per Q_{in} possiamo determinare la seguente espressione, usando la densità di carica ρ e il volume di una porzione del guscio avente come estremo esterno il raggio r e come estremo interno il raggio R_1:

$$Q_{in} = \rho\frac{4\pi}{3}\left(r^3-R_1^3\right)$$

Sostituendo questa espressione nell'ultima formula scritta per il campo elettrico $E(r)$ si ottiene che:

$$E(r)=\frac{\rho}{3\varepsilon_0}\frac{r^3-R_1^3}{r^2}$$

$$E(r)=\frac{\rho r}{3\varepsilon_0}-\frac{\rho R_1^3}{3\varepsilon_0 r^2} \quad \text{per } R_1 < r < R_2$$

La differenza di potenziale fra la superficie esterna del guscio e quella interna è dovuta al campo elettrico $E(r)$ appena trovato. Dato che il campo elettrico è radiale, possiamo calcolare la differenza di potenziale come integrale di linea fra R_2 e R_1, seguendo la direzione radiale:

$$V(R_2)-V(R_1)=\int_{R2}^{R1} E(r)dr$$

$$V(R_2)-V(R_1)=\int_{R2}^{R1}\left(\frac{\rho r}{3\varepsilon_0}-\frac{\rho R_1^3}{3\varepsilon_0 r^2}\right)dr$$

$$V(R_2)-V(R_1)=\frac{\rho}{3\varepsilon_0}\int_{R2}^{R1} rdr-\frac{\rho R_1^3}{3\varepsilon_0}\int_{R2}^{R1}\frac{dr}{r^2}$$

$$V(R_2)-V(R_1)=\frac{\rho}{3\varepsilon_0}\left[\frac{r^2}{2}\right]_{R2}^{R1}-\frac{\rho R_1^3}{3\varepsilon_0}\left[-\frac{1}{r}\right]_{R2}^{R1}$$

$$V(R_2)-V(R_1)=\frac{\rho}{3\varepsilon_0}\left(\frac{R_1^2}{2}-\frac{R_2^2}{2}+R_1^2-\frac{R_1^3}{R_2}\right)$$

$$V(R_1)=V(R_2)-\frac{\rho}{3\varepsilon_0}\left(\frac{3R_1^2}{2}-\frac{R_2^2}{2}-\frac{R_1^3}{R_2}\right)$$

dove nell'ultimo passaggio abbiamo isolato il termine $V(R_1)$ che è il potenziale sulla sfera interna del guscio. Dato che il potenziale elettrico deve essere una funzione continua nello spazio, bisogna sostituire nell'ultima formula l'espressione determinata precedentemente per $V(R_2)$:

$$V(R_1)=\frac{\rho}{3\varepsilon_0}\left(\frac{R_2^3-R_1^3}{R_2}\right)-\frac{\rho}{3\varepsilon_0}\left(\frac{3R_1^2}{2}-\frac{R_2^2}{2}-\frac{R_1^3}{R_2}\right)$$

$$V(R_1)=\frac{\rho}{3\varepsilon_0}\left(R_2^2-\frac{R_1^3}{R_2}-\frac{3R_1^2}{2}+\frac{R_2^2}{2}+\frac{R_1^3}{R_2}\right)$$

$$V(R_1)=\frac{\rho}{3\varepsilon_0}\left(\frac{3R_2^2}{2}-\frac{3R_1^2}{2}\right)$$

$$V(R_1)=\frac{\rho}{\varepsilon_0}\left(\frac{R_2^2}{2}-\frac{R_1^2}{2}\right)$$

Applicando il teorema di Gauss nella regione racchiusa dal guscio ($r<R_1$), dove si ha carica nulla, si trova che il campo elettrico è pari a zero, $E(r)=0$ per $r<R_1$. Questo signfica che non c'è differenza di potenziale fra la superficie interna del guscio ($r=R_1$) e il centro del guscio ($r=R_0$). Di conseguenza il potenziale al centro del guscio, $V(0)$, è dato dal valore $V(R_1)$ appena determinato:

$$V(0)=V(R_1)=\frac{\rho}{2\varepsilon_0}\left(R_2^2-R_1^2\right)$$

Soluzione problema 2

Punto 1): Per la legge dell'induzione di Faraday all'interno del circuito si ha un forza elettromotrice indotta, f_{ind}, dovuta alla variazione nel tempo del flusso del campo magnetico, $\Phi(B)$, attraverso il circuito stesso. Scriviamo prima di tutto un'espressione per il flusso $\Phi(B)$:

$$\Phi(B)=B(t)lx(t)$$

dove sono state messe in evidenza le dipendenze dal tempo t del campo magnetico $B(t)$ e della posizione $x(t)$ della barretta mobile. Per l'induzione di Faraday e per la legge di Lenz, si ha che:

$$f_{ind} = -\frac{d\Phi(B)}{dt}$$

$$f_{ind} = -\frac{d}{dt}\left[B(t) l x(t)\right]$$

$$f_{ind} = -l\left[\frac{dB}{dt}x(t) + B(t)\frac{dx}{dt}\right]$$

Nell'ultimo passaggio è stata fatta la derivata di un prodotto di funzioni, dato che sia B che x dipendono dal tempo t. Le derivate delle espressioni $B(t)=B_0\exp(-t/\tau)$ e $x(t)=x_0+vt$ sono date rispettivamente da:

$$\frac{dB}{dt} = -\frac{B_0}{\tau}\exp(-t/\tau)$$

$$\frac{dx}{dt} = v$$

Sostituendo nella formula trovata per f_{ind} le espressioni di $B(t)$, $x(t)$ e delle rispettive derivate, si ottiene che:

$$f_{ind} = -l\left[-\frac{B_0}{\tau}e^{-t/\tau}(x_0 + vt) + B_0 e^{-t/\tau} v\right]$$

$$f_{ind} = -B_0 l e^{-t/\tau}\left[-\frac{x_0 + vt}{\tau} + v\right]$$

Nota l'espressione per la forza elettromotrice indotta, la corrente $I(t)$ è data dalla legge di Ohm:

$$I(t) = \frac{f_{ind}}{R} = -\frac{B_0 l e^{-t/\tau}}{R}\left(-\frac{x_0 + vt}{\tau} + v\right)$$

Non resta che imporre la corrente $I(t)=0$ per trovare le espressioni di t per i quali si ha corrente nulla:

$$I(t) = -\frac{B_0 l e^{-t/\tau}}{R}\left(-\frac{x_0 + vt}{\tau} + v\right) = 0$$

$$-\frac{x_0 + vt}{\tau} + v = 0$$

$$-x_0 - vt + v\tau = 0$$

$$t = \tau - \frac{x_0}{v}$$

Quest'ultima rappresenta una soluzione fisicamente valida solo se $\tau > x_0/v$, altrimenti si otterrebbe un valore negativo per il tempo t. Negli ultimi passaggi abbiamo imposto nullo il termine fra parentesi tonde nell'esrpressione di $I(t)$. Ma possiamo avere corrente nulla anche se l'esponenziale $e^{-t/\tau}$ diventa nullo:

$$\frac{B_0 l e^{-t/\tau}}{R} = 0$$

$$e^{-t/\tau} = 0 \quad \text{per } t \to +\infty$$

Punto 2): Si supponga ora che la velocità $v(t)$ non sia costante. Dobbiamo trovare la dipendenza di v da t che rende sempre identicamente nulla la corrente nel circuito, $I(t)\equiv 0$ per ogni istante t. Come al punto 1) si hanno le seguenti espressioni per il flusso del campo magnetico, $\Phi(B)$, e per la sua derivata:

$$\Phi(B) = B(t) l x(t)$$
$$f_{ind} = -\frac{d\Phi(B)}{dt}$$
$$f_{ind} = -\frac{d}{dt}\left[B(t) l x(t)\right]$$
$$f_{ind} = -l\left[\frac{dB}{dt}x(t) + B(t)\frac{dx}{dt}\right]$$

Nell'ultima formula si ha che $dx/dt=v(t)$ per la definizione di velocità. Inoltre è nota l'espressione della derivata di B rispetto al tempo t, dB/dt, già trovata al punto 1). Si ottiene allora che:

$$f_{ind} = -l\left[-\frac{B_0}{\tau}e^{-t/\tau}x(t) + B_0 e^{-t/\tau}v(t)\right]$$
$$f_{ind} = -B_0 l e^{-t/\tau}\left[-\frac{1}{\tau}x(t) + v(t)\right]$$

Da quest'ultima espressione si ottiene la corrente $I(t)$ mediante la legge di Ohm:

$$I(t) = \frac{f_{ind}}{R} = -\frac{B_0 l e^{-t/\tau}}{R}\left[-\frac{1}{\tau}x(t) + v(t)\right]$$

La corrente $I(t)$ è identicamente nulla per ogni istante t quando il termine fra parentesi è sempre uguale a zero:

$$-\frac{1}{\tau}x(t) + v(t) = 0$$
$$v(t) = \frac{1}{\tau}x(t)$$
$$\frac{dx}{dt} = \frac{1}{\tau}x(t)$$

L'ultima equazione scritta è un'equazione differenziale risolvibile mediante separazione di variabili:

$$\frac{dx}{x} = \frac{dt}{\tau}$$
$$\int_0^x \frac{dx}{x} = \frac{1}{\tau}\int_0^t dt$$
$$\ln\left(\frac{x}{x_0}\right) = \frac{t}{\tau}$$
$$x(t) = x_0 \exp\left(\frac{t}{\tau}\right)$$

dove x_0 è la posizione iniziale della barretta. Una volta nota la legge oraria $x=x(t)$, è possibile ottenere al velocità $v(t)$ facendo la derivata rispetto al tempo t:

$$v(t) = \frac{dx}{dt}$$
$$v(t) = \frac{x_0}{\tau}\exp\left(\frac{t}{\tau}\right)$$

Si poteva arrivare allo stesso risultato più facilmente osservando che si ha forza elettromotrice indotta non nulla, e quindi corrente $I(t)$ diversa da zero, se la derivata del flusso del campo magnetico è diversa da zero, ovvero se $d\Phi(B)/dt \neq 0$. Viceversa se $d\Phi(B)/dt \equiv 0$ per ogni istante t, si ha che la forza elettromotrice f_{ind} e la corrente $I(t)$ sono sempre nulle:

$$f_{ind} = -\frac{d\Phi(B)}{dt} = 0 \Rightarrow \Phi(B) = C$$

dove C è un parametro costante.

In altri termini se il flusso $\Phi(B)$ è costante nel tempo ne segue che la corrente $I(t)$ è sempre nulla:

$$\Phi(B) = B(t) l x(t) = C$$

$$x(t) = \frac{C}{B(t) l}$$

$$x(t) = \frac{C}{B_0 l \exp(-t/\tau)}$$

$$x(t) = \frac{C}{B_0 l} \exp\left(\frac{t}{\tau}\right)$$

$$v(t) = \frac{dx}{dt} = \frac{C}{B_0 l \tau} \exp\left(\frac{t}{\tau}\right)$$

$$v(t) = v_0 \exp\left(\frac{t}{\tau}\right)$$

dove v_0 è la velocità di partenza che il problema assume nota.

Soluzione problema 3

Punto 1): Nel circuito in figura si ha che l'induttanza L e il condensatore C più esterno (a destra in figura) sono in serie fra loro, e danno origine ad un'impedenza complessa Z_S della serie. Questa serie Z_S è in parallelo con l'altro condensatore C (a sinistra in figura), da cui si ottiene un'impedenza Z_P del parallelo. Infine si ha l'impendenza totale Z_{TOT} che è la serie della resistenza R col paralello Z_P.

Iniziamo col calcolare l'impedenza complessa della serie LC, sul ramo di destra in figura:

$$Z_S = Z_L + Z_C = j\omega L - \frac{j}{\omega C}$$

$$Z_S = j\left(\frac{\omega^2 LC - 1}{\omega C}\right)$$

Quindi valutiamo Z_P, facendo il parallelo fra il singolo condensatore C (sulla sinstra in figura) e Z_S (che è la serie di L con C appena valutata):

$$\frac{1}{Z_P} = \frac{1}{Z_S} + \frac{1}{Z_C} = \frac{\omega C}{j(\omega^2 LC - 1)} - \frac{\omega C}{j}$$

$$\frac{1}{Z_P} = \frac{\omega C}{j}\left(\frac{1}{\omega^2 LC - 1} - 1\right)$$

$$\frac{1}{Z_P} = \frac{\omega C}{j}\left(\frac{2 - \omega^2 LC}{\omega^2 LC - 1}\right)$$

$$Z_P = -\frac{j}{\omega C}\left(\frac{\omega^2 LC - 1}{\omega^2 LC - 2}\right)$$

Infine per arrivare all'impedenza totale Z_{TOT} rimane da determinare la serie della resistenza R con il parallelo Z_P appena trovato:

$$Z_{TOT} = R + Z_P$$

$$Z_{TOT} = R - \frac{j}{\omega C}\left(\frac{\omega^2 LC - 1}{\omega^2 LC - 2}\right)$$

Il modulo Z_0 di Z_{TOT} è dato da:

$$Z_0 = |Z_{TOT}| = \sqrt{\mathrm{Re}^2(Z_{TOT}) + \mathrm{Im}^2(Z_{TOT})}$$

$$Z_0 = \sqrt{R^2 + \frac{1}{\omega^2 C^2}\left(\frac{\omega^2 LC - 1}{\omega^2 LC - 2}\right)^2}$$

mentre la sua fase α è determinata mediante la funzione tangente:

$$\tan\alpha = \frac{\mathrm{Im}(Z_{TOT})}{\mathrm{Re}(Z_{TOT})} = -\frac{1}{\omega RC}\left(\frac{\omega^2 LC - 1}{\omega^2 LC - 2}\right)$$

$$\alpha = \arctan\left[-\frac{1}{\omega RC}\left(\frac{\omega^2 LC - 1}{\omega^2 LC - 2}\right)\right]$$

Punto 2): Nota l'impedenza totale $Z_{TOT}=Z_0 e^{j\alpha}$ del circuito, applichiamo la legge di Ohm generalizzata ai fasori:

$$\vec{V} = Z_{TOT}\vec{I}$$

$$V_0 e^{j\omega t} e^{j\phi} = Z_0 e^{j\alpha} I_0 e^{j\omega t}$$

dove abbiamo assunto fase nulla per il fasore della corrente e fase ϕ per il fasore della tensione. Sviluppando ulteriormente abbiamo che:

$$V_0 e^{j\phi} = Z_0 e^{j\alpha} I_0$$

$$V_0 = Z_0 I_0 \rightarrow I_0 = \frac{V_0}{Z_0}$$

$$\phi = \alpha$$

Nelle ultime due espressioni abbiamo quindi l'ampiezza della corrente I_0, e si trova che la fase ϕ della tensione rispetto alla corrente è pari alla fase α dell'impedenza Z_{TOT}. Sostituendo l'espressione di Z_0 si ottiene l'andamento di I_0 in funzione della pulsazione ω:

$$I_0 = \frac{V_0}{\sqrt{R^2 + \frac{1}{\omega^2 C^2}\left(\frac{\omega^2 LC - 1}{\omega^2 LC - 2}\right)^2}}$$

$$I_0 = \frac{V_0 \omega C \left|\omega^2 LC - 2\right|}{\sqrt{\omega^2 C^2 R^2 (\omega^2 LC - 2)^2 + (\omega^2 LC - 1)^2}}$$

La presenza dell'operazione modulo al numeratore della seconda espressione è il risultato di una radice quadrata di un'espressione elevata la quadrato, ovvero è sempre positiva:

$$\sqrt{(\omega^2 LC - 2)^2} = \left|\omega^2 LC - 2\right|$$

La condizione di risonanza è determinata dal valore massimo dell'ampiezza di corrente I_0. Dalla prima delle espressioni scritte sopra, si vede che il massimo di I_0 si ottiene quando il denominatore assume il valore minimo, ovvero per ω_R dato da:

$$\frac{1}{\omega^2 C^2}\left(\frac{\omega^2 LC-1}{\omega^2 LC-2}\right)^2=0 \rightarrow \omega^2 LC-1=0$$

$$\omega_R^2 LC=1$$

$$\omega_R=\frac{1}{\sqrt{LC}}$$

Dato che per la risonanza abbiamo imposto:

$$\frac{1}{\omega^2 C^2}\left(\frac{\omega^2 LC-1}{\omega^2 LC-2}\right)^2=0$$

ne segue che l'ampiezza di corrente alla risonanza, I_{0R}, è data da:

$$I_{0R}(\omega_R)=\frac{V_0}{\sqrt{R^2+0}}=\frac{V_0}{R}$$

Punto 3): Dall'espressione di I_0 in funzione di ω determinata al punto 2):

$$I_0=\frac{V_0\omega C\left|\omega^2 LC-2\right|}{\sqrt{\omega^2 C^2 R^2\left(\omega^2 LC-2\right)^2+\left(\omega^2 LC-1\right)^2}}$$

si ottiene la pulsazione di antirisonanza ω_A quando I_0 assume il suo valore minimo, in questo caso quando il numeratore è nullo:

$$V_0\omega C\left|\omega^2 LC-2\right|=0$$

$$\omega_A^2 LC-2=0$$

$$\omega_A=\sqrt{\frac{2}{LC}}=\sqrt{2}\omega_R$$

Dato che abbiamo imposto il numeratore nullo per determinare la condizione di antirisonanza, ne segue che l'ampiezza di corrente all'antirisonanza, I_{0A}, è pari a zero:

$$I_{0A}(\omega_A)=0$$

Per poter avere un grafico di I_0 in funzione di ω, studiamo il limite per $\omega\rightarrow 0$ e per $\omega\rightarrow\infty$. Per $\omega\rightarrow 0$ abbiamo che:

$$I_0(0)=\lim_{\omega\rightarrow 0} I_0=\lim_{\omega\rightarrow 0}\frac{V_0\omega C\left|\omega^2 LC-2\right|}{\sqrt{\omega^2 C^2 R^2\left(\omega^2 LC-2\right)^2+\left(\omega^2 LC-1\right)^2}}$$

$$I_0(0)=\lim_{\omega\rightarrow 0}\frac{2V_0\omega C}{\sqrt{\omega^2 C^2 R^2\cdot 4+1}}$$

$$I_0(0)=\lim_{\omega\rightarrow 0}\frac{2V_0\omega C}{\sqrt{1}}=0$$

Per $\omega \to \infty$ si ha invece che:

$$I_0(\infty) = \lim_{\omega\to\infty} I_0 = \lim_{\omega\to\infty} \frac{V_0 \omega C \left|\omega^2 LC - 2\right|}{\sqrt{\omega^2 C^2 R^2 \left(\omega^2 LC - 2\right)^2 + \left(\omega^2 LC - 1\right)^2}}$$

$$I_0(\infty) = \lim_{\omega\to\infty} \frac{V_0 \omega^3 LC^2}{\sqrt{\omega^2 C^2 R^2 \cdot \omega^4 L^2 C^2 + \omega^4 L^2 C^2}}$$

$$I_0(\infty) = \lim_{\omega\to\infty} \frac{V_0 \omega^3 LC^2}{\sqrt{\omega^6 R^2 L^2 C^4 + \omega^4 L^2 C^2}} = \lim_{\omega\to\infty} \frac{V_0 \omega^3 LC^2}{\sqrt{\omega^6 R^2 L^2 C^4}}$$

$$I_0(\infty) = \lim_{\omega\to\infty} \frac{V_0 \omega^3 LC^2}{\omega^3 RLC^2} = \frac{V_0}{R}$$

Una volta noti i valori di I_0 per ω=0, ω_R, ω_A, e per $\omega \to \infty$ possiamo tracciare un grafico qualitativo di I_0 in funzione di ω.