Risultati esame scritto Fisica 1 - 26/09/2016
orali: 30/09/2016 alle ore 10.30 presso ufficio del professore

gli studenti interessati a visionare lo scritto sono pregati di presentarsi il giorno dell'orale

matricola	voto	
115293	nc	
118535	12	
118461	nc	
114892	21	ammesso
208440	nc	
114952	nc	
114916	nc	
114925	17	ammesso
207890	17	ammesso
118494	nc	

nc=non classificato (< 10)

Esame di Fisica 1

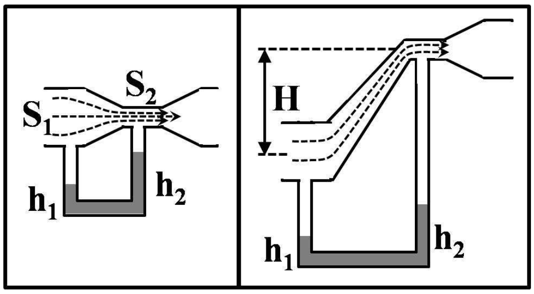
Corso Interateneo di Ing. Informatica e Biomedica – 26/09/2016

Problema 1

Il 6 Agosto 1945 alle ore 8:14 la bomba atomica denominata "*Little Boy*" viene sganciata sulla città di Hiroshima dal bombardiere B–29 "*Enola Gay*". Al momento del lancio l'aereo stava viaggiando orizzontalmente con velocità v_{0x}=147m/s ad una quota H=9500m dal suolo, e l'esplosione della bomba è avvenuta ad una quota h=600m dal suolo. Calcolare il tempo Δt trascorso fra il momento del lancio e quello dell'esplosione, e la distanza orizzontale Δx percorsa dalla bomba in tale intervallo di tempo.

Problema 2

Nella figura a sinistra è rappresentato un tubo di Venturi, costituito da un tubo orizzontale di sezione S_1 che si restringe ad una sezione $S_2 < S_1$. Le due sezioni S_1 e S_2 sono collegate mediante un tubicino, come rappresentato in figura. Il tubicino ha sezione trascurabile rispetto a S_1 e S_2, e al suo interno si trova un certo volume di acqua tale da non riempirlo completamente (densità dell'acqua: $\rho_{H2O}=1.0\cdot10^3$kg/m^3). Nella sezione S_1 del tubo di Venturi viene immessa aria (densità dell'aria: ρ_A=1.2kg/m^3) con velocità v_1, e si supponga che il moto che ne segue sia lineare e non turbolento. I rami del tubicino contengono anch'essi aria dove non è presente l'acqua, ma data la sua sezione trascurabile il tubicino non perturba il moto lineare dell'aria. Al passaggio dell'aria nel tubo di Venturi si osserva che l'acqua nei rami del tubicino ha altezze diverse: h_1 in prossimità di S, e h_2 in prossimità di S_2 con $h_1 < h_2$ (vedi figura). Sia trascurabile qualsiasi forza dissipativa.



1) Nel caso di sezioni circolari S_1=0.10m^2, S_2=0.04m^2, e altezze dell'acqua h_1=0.04m, h_2=0.10m, calcolare le velocità dell'aria, v_1 e v_2, in prossimità delle rispettive sezioni, S_1 e S_2.

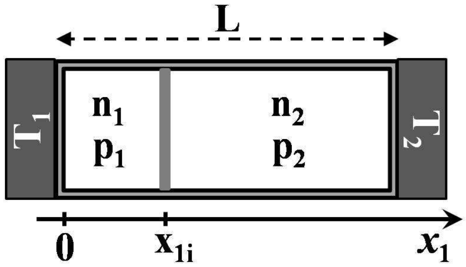
2) Nella figura a destra è rappresentato un tubo di Venturi con gli stessi valori del punto 1) per le sezioni circolari S e per le altezze h dell'acqua, ma fra le sezioni S_1 e S_2 c'è ora un dislivello H=10m. Calcolare anche in questo caso le velocità v_1 e v_2 dell'aria in prossimità delle rispettive sezioni.

Problema 3

Sia dato un recipiente cilindrico di lunghezza L=5.0m e sezione A, disposto su un piano orizzontale (vedi figura). Il recipiente è separato in due camere mediante un disco isolante di sezione A, posizionato al suo interno, che può scorrere senza attrito lungo le pareti del cilindro. Le pareti laterali del cilindro sono anch'esse isolanti, mentre le basi del cilindro sono perfettamente conduttrici di calore. La base a sinistra in figura è a contatto con una sorgente termica a temperatura iniziale $T_{1i}=T_0$, e la corrispondente camera sinistra contiene n_1=2.0 moli di gas perfetto monoatomico (vedi figura). Invece la base a destra è a contatto con una sorgente termica a temperatura iniziale $T_{2i}=(3/2)\cdot T_0$, e la corrispondente camera destra contiene $n_2=2\cdot n_1$ moli di gas perfetto biatomico. Il disco interno si trova inzialmente in equilibrio ad una distanza x_{1i} dalla base sinistra. Si suppongano trascurabili la massa e lo spessore del disco.

1) Calcolare la posizione x_{1i} a cui si trova inizialmente il disco.

2) La temperatura della sorgente sinistra cresce molto lentamente da T_{1i} a T_{1f}, producendo un'espansione reversibile del gas monoatomico (camera a sinistra) secondo la legge: $p_1(V_1-V_{TOT})=-3n_1RT_0$ dove V_{TOT} è il volume totale del recipiente; simultaneamente il gas biatomico nella camera a destra subisce una contrazione isoterma. Il processo si arresta quando la posizione finale del disco è in equilibrio ad una distanza $x_{1f}=L/2$. Calcolare il valore T_0 sapendo che il calore assorbito dal gas monoatomico durante il processo è $\Delta Q_1=21.0\cdot10^3$J.



[Il valore della costante dei gas perfetti è R=8.31J/K·mol]

Soluzione problema 1

Punto 1): Dopo il lancio, la bomba segue un moto parabolico perché è sottoposta alla sola accelerazione di gravità g lungo l'asse verticale. Le equazioni orarie sono allora le seguenti:

$$\begin{cases} x(t) = v_{0x} t \\ y(t) = H - \frac{1}{2} g t^2 \end{cases}$$

dove si è tenuto conto del fatto che la velocità iniziale lungo y è nulla (v_{0y}=0) perché l'aereo sta viaggiando in direzione orizzontale, e che la quota iniziale lungo y è pari a H (y_0=H). Per conoscere l'intevallo di tempo Δt fra il lancio e l'esplosione imponiamo $y(t)$=h nella seconda equazione:

$$h = H - \frac{1}{2} g (\Delta t)^2$$

$$\Delta t = \sqrt{2 \frac{H-h}{g}} \approx 43\mathrm{s}$$

Per determinare la distanza Δx percorsa orizzontalmente, sostituiamo quest'ultimo risultato nella prima equazione:

$$\Delta x = v_{0x} \Delta t \approx 6300\,\mathrm{m}$$

Soluzione problema 2

Punto 1): In condizioni di moto lineare e non turbolento dell'aria, e in assenza di forze dissipative, possiamo applicare il teorema di Bernouilli fra la sezione 1 e la sezione 2:

$$\frac{1}{2}\rho_A v_1^2 + \rho_A g y_1 + p_1 = \frac{1}{2}\rho_A v_2^2 + \rho_A g y_2 + p_2$$

dove p_1 e p_2 sono rispettivamente la pressione dell'aria nella sezione 1 e nella sezione 2; y_1 e y_2 sono invece rispettivamente la quota della sezione 1 e della sezione 2. Dato che nel primo caso la quota è la stessa (y_1=y_2), la precedente relazione si semplifica a:

$$\frac{1}{2}\rho_A v_1^2 + p_1 = \frac{1}{2}\rho_A v_2^2 + p_2$$

$$p_1 - p_2 = \frac{1}{2}\rho_A \left(v_2^2 - v_1^2\right)$$

La differenza di pressione p_1–p_2 appena messa in evidenza è legata alla differenza di livello di acqua nei due rami, mediante la legge di Stevino e il principio dei vasi comunicanti:

$$p_1 + \rho_{H2O} g h_1 = p_2 + \rho_{H2O} g h_2$$

$$p_1 - p_2 = \rho_{H2O} g (h_2 - h_1)$$

Uguagliando le due espressione trovate per p_1–p_2 si ha la seguente equazione:

$$\frac{1}{2}\rho_A \left(v_2^2 - v_1^2\right) = \rho_{H2O} g (h_2 - h_1)$$

Tutti i termini della precedente equazione sono noti, a parte le velocità v_1 e v_2 (una equazione e due incognite). Otteniamo un'ulteriore relazione dall'equazione di continuità:

$$S_1 v_1 = S_2 v_2$$

$$v_2 = \frac{S_1}{S_2} v_1$$

Andando a sostituire questa espressione di v_2 nella precedente equazione si ottiene che:

$$\frac{1}{2}\rho_A \left(\frac{S_1^2}{S_2^2} v_1^2 - v_1^2 \right) = \rho_{H2O} g (h_2 - h_1)$$

$$v_1^2 \left(\frac{S_1^2}{S_2^2} - 1 \right) = 2 \frac{\rho_{H2O}}{\rho_A} g (h_2 - h_1)$$

$$v_1^2 = 2 \frac{\rho_{H2O}}{\rho_A} g (h_2 - h_1) \left(\frac{S_2^2}{S_1^2 - S_2^2} \right)$$

$$v_1 = \sqrt{2 \frac{\rho_{H2O}}{\rho_A} g (h_2 - h_1) \left(\frac{S_2^2}{S_1^2 - S_2^2} \right)} \approx 13.7 \text{m/s}$$

Sostituendo l'ultimo risultato nell'equazione di continuità si ottiene anche il valore della velocità v_2:

$$v_2 = \frac{S_1}{S_2} v_1 \approx 34.2 \text{m/s}$$

Punto 2): Il tubo di Venturi con dislivello fra le due sezione è concettualmente simile al precedente punto 1), ma nel teorema di Bernuoilli avremo ora due diverse quote y_1 e y_2 per le sezioni S_1 e S_2:

$$\frac{1}{2}\rho_A v_1^2 + \rho_A g y_1 + p_1 = \frac{1}{2}\rho_A v_2^2 + \rho_A g y_2 + p_2$$

$$p_1 - p_2 = \frac{1}{2}\rho_A \left(v_2^2 - v_1^2\right) + \rho_A g (y_2 - y_1)$$

Dato che y_2–y_1=H, la precedente relazione diventa:

$$p_1 - p_2 = \frac{1}{2}\rho_A \left(v_2^2 - v_1^2\right) + \rho_A g H$$

Analogamente al punto 1), la differenza di pressione p_1–p_2 è legata attraverso la legge di Stevino e il principio dei vasi comunicanti ai livelli di acqua, h_1 e h_2, nei due rami:

$$p_1 + \rho_{H2O} g h_1 = p_2 + \rho_{H2O} g h_2 + \rho_A g H$$

$$p_1 - p_2 = \rho_{H2O} g (h_2 - h_1) + \rho_A g H$$

Nella prima di queste due equazioni, al membro di destra è stato aggiunto il termine $\rho_A gH$: si tratta della pressione che la colonna di aria di altezza H esercita sul liquido sottostante, nel ramo di destra in figura.

Uguagliando le espressioni trovate per p_1–p_2 si trova che:

$$\frac{1}{2}\rho_A \left(v_2^2 - v_1^2\right) + \rho_A g H = \rho_{H2O} g (h_2 - h_1) + \rho_A g H$$

$$\frac{1}{2}\rho_A \left(v_2^2 - v_1^2\right) = \rho_{H2O} g (h_2 - h_1)$$

Come si vede il termine legato al dislivello H fra le due sezioni si semplifica, e si ottiene una formula del tutto uguale a quella del punto 1). Questo significa che due tubi di Venturi, uno orizzontale e l'altro obliquo, che presentano gli stessi livelli di acqua h_1 e h_2 sono percorsi da flussi d'aria con uguale velocità (ovviamente nelle condizioni di flusso lineare, non turbolento e in assenza di forze dissipative).

Combinando insieme l'ultima equazione scritta e l'equazione di continuità, si ottengono le seguenti relazioni:

$$\frac{1}{2}\rho_A\left(v_2^2-v_1^2\right)=\rho_{H2O}\,g\left(h_2-h_1\right)$$

$$S_1v_1=S_2v_2$$

Dato che queste due relazioni sono identiche a quelle del punto 1) e che abbiamo gli stessi valori di sezioni circolari S e di altezze h, ne segue che anche le velocità v_1 e v_2 saranno le stesse del punto 1):

$$v_1\approx 13.7\text{m/s}$$

$$v_2\approx 34.2\text{m/s}$$

Soluzione problema 3

Punto 1): Affinché il disco sia in equilibrio le pressioni iniziali p_{1i} e p_{2i}, nelle rispettive camere di sinistra e destra, devono essere uguali. Utilizzando l'equazione dei gas perfetti si ottiene che:

$$\begin{cases} p_{1i}V_{1i}=n_1RT_{1i} \\ p_{2i}V_{2i}=n_2RT_{2i} \end{cases}$$

$$\begin{cases} p_{1i}=\dfrac{n_1RT_0}{V_{1i}} \\ p_{2i}=\dfrac{2n_1R\cdot\left(3/2\right)T_0}{V_{2i}} \end{cases}$$

Uguagliando le due pressioni, $p_{1i}=p_{2i}$, si ottiene che:

$$\frac{n_1RT_0}{V_{1i}}=\frac{3n_1RT_0}{V_{2i}}$$

$$\frac{1}{V_{1i}}=\frac{3}{V_{2i}}\rightarrow V_{2i}=3V_{1i}$$

Per quanto riguarda i volumi delle due camere, si tratta di due porzioni cilindriche aventi la stessa sezione A e lunghezze pari a x_{1i} per il gas 1 a sinistra, e la rimanente lunghezza del recipiente $L–x_{1i}$ per il gas 2 a destra. Sostituendo si ottiene:

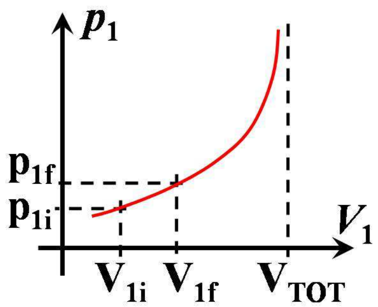
$$V_{2i}=3V_{1i}$$

$$A\left(L-x_{1i}\right)=3Ax_{1i}$$

$$4x_{1i}=L$$

$$x_{1i}=\frac{L}{4}=1.25\text{m}$$

Punto 2): La funzione nel piano (p,V) che descrive la trasformazione del gas 1 è data dal testo del problema: $p_1(V_1-V_{TOT})=-3n_1RT_0$. Siamo in presenza di un'espansione reversibile che produce un aumento di pressione. Infatti, dato che n_1 e T_0 sono costanti, questa trasformazione è un ramo di iperbole, analogamente a quanto accadrebbe per un'isoterma. Ma al contrario di un'isoterma, il segno meno "–" di fronte alla costante $3n_1RT_0$ produce una riflessione della curva rispetto all'asse verticale. Si tratta quindi di un'iperbole con pressione p_1 divergente a $+\infty$ per $V_1 \to V_{TOT}$, mentre p_1 decresce per $V_1 \to 0$ (vedi figura). Per il gas 2 si ha invece una contrazione isoterma, con $T_{2f}=T_{1f}$. Si noti inoltre che, data la dimensione finita del recipiente pari a V_{TOT}, V_1 e V_2 possono assumere solo valori compresi nell'intervallo $[0,V_{TOT}]$.



Per avere il disco in equilibrio nella posizione finale x_{1f}, le pressioni finali p_{1f} e p_{2f} devono essere uguali, come fatto al punto 1):

$$\begin{cases} p_{1f}V_{1f} = n_1RT_{1f} \\ p_{2f}V_{2f} = n_2RT_{2f} \end{cases}$$

$$\begin{cases} p_{1f} = \dfrac{n_1RT_{1f}}{V_{1f}} \\ p_{2i} = \dfrac{2n_1R\cdot(3/2)T_0}{V_{2f}} \end{cases}$$

Si ricordi che $T_{2f}=T_{2i}=(3/2)T_0$ perchè la trasformazione del gas 2 è isoterma. Uguagliando le pressioni si ottiene che:

$$\frac{n_1RT_{1f}}{V_{1f}} = \frac{3n_1RT_0}{V_{2f}}$$

$$\frac{T_{1f}}{Ax_{1f}} = \frac{3T_0}{A(L-x_{1f})}$$

$$\frac{T_{1f}}{L/2} = \frac{3T_0}{L/2}$$

$$T_{1f} = 3T_0$$

Negli ultimi passaggi si è tenuto conto che $x_{1f}=L/2$, per cui i volumi finali occupati dai due gas sono uguali.

Per poter calcolare T_0 occorre un'altra equazione, e sfruttiamo il fatto che tutto il calore assorbito dal gas 1 a sinistra è pari a $\Delta Q_1=21.0\cdot10^3$J. Applicando il I principio della termodinamica al gas 1 abbiamo che:

$$\Delta Q_1 = \Delta U_1 + \Delta W_1$$

dove ΔU_1 e ΔW_1 sono rispettivamente la variazione di energia interna e il lavoro fatto dal gas 1. Per il primo termine si ha che:

$$\Delta U_1 = C_{1V}\left(T_{1f} - T_{1i}\right)$$

$$\Delta U_1 = \frac{3}{2}n_1R(3T_0 - T_0) = 3n_1RT_0$$

con C_{1V} capacità termica a volume costante del gas 1, che è monoatomico; nell'ultimo passaggio abbiamo usato il risultato appena trovato, $T_{1f}=3T_0$.

Per calcolare invece ΔW_1 bisogna inserire nel seguente integrale la funzione data dal problema:

$$\Delta W_1 = \int_{V1,i}^{V1,f} p_1 dV_1$$

Ricaviamo p_1 dalla funzione $p_1(V_1 - V_{TOT}) = -3n_1RT_0$:

$$p_1(V_1 - V_{TOT}) = -3n_1RT_0$$

$$p_1 = -\frac{3n_1RT_0}{V_1 - V_{TOT}}$$

e sostituiamola all'interno dell'integrale:

$$\Delta W_1 = \int_{V1,i}^{V1,f} -\frac{3n_1RT_0}{V_1 - V_{TOT}} dV_1$$

$$\Delta W_1 = -3n_1RT_0 \int_{V1,i}^{V1,f} \frac{dV_1}{V_1 - V_{TOT}}$$

$$\Delta W_1 = -3n_1RT_0 \left[\ln(V_1 - V_{TOT})\right]_{V1,i}^{V1,f}$$

$$\Delta W_1 = -3n_1RT_0 \cdot \ln\left(\frac{V_{1f} - V_{TOT}}{V_{1i} - V_{TOT}}\right)$$

$$\Delta W_1 = -3n_1RT_0 \cdot \ln\left(\frac{AL/2 - AL}{AL/4 - AL}\right)$$

Nei passaggi precedenti si tenga presente che $3n_1RT_0$ è una costante e può essere portata fuori dal segno di integrale, mentre nell'ultimo passaggio abbiamo sostituito i volumi con le relative espressioni: $V_{TOT}=AL$, $V_{1f}=AL/2$ (come imposto dal problema con $x_{1f}=L/2$) e $V_{1i}=AL/4$ (come trovato al punto 1 con $x_{1i}=L/4$). Semplificando l'ultima espressione si ottiene che:

$$\Delta W_1 = -3n_1RT_0 \ln\left(\frac{L/2}{3L/4}\right)$$

$$\Delta W_1 = -3n_1RT_0 \ln\left(\frac{4}{6}\right) = 3n_1RT_0 \ln\left(\frac{3}{2}\right)$$

Sostituendo le espressioni trovate per ΔU_1 e ΔW_1 nel I principio della termodinamica si ha la seguente equazione:

$$\Delta Q_1 = 3n_1RT_0 + 3n_1RT_0 \ln(3/2)$$

$$\Delta Q_1 = 3n_1RT_0\left[1 + \ln(3/2)\right]$$

Invertendo l'ultima equazione si ha infine che:

$$T_0 = \frac{\Delta Q_1}{3n_1R\left[1 + \ln(3/2)\right]} \approx 300\text{K}$$

Ne segue allora che le temperature incontrate nel problema sono:

$$T_{1i} = T_0 \approx 300\text{K}; \quad T_{2i} = \frac{3}{2}T_0 \approx 450\text{K}; \quad T_{1f} = 3T_0 \approx 900\text{K}$$