

## 1 – Introduzione

*Problema 1.* Come misurare la variazione del fenomeno economico  $X$  dal tempo  $t_1$  al tempo  $t_2$ ?

*Problema 2.* Due fenomeni economici simili  $X$  e  $Y$  misurati al tempo  $t$  ma in spazi differenti  $s_1$  e  $s_2$  sono confrontabili?

I consumi nazionali nel 2005 erano di 1134796 M€, nel 2009 erano di 1239327 M€; a dicembre 2007 il grano tenero in Italia aveva un costo di 266.11 €/tonnellata mentre il grano duro aveva un costo di 436.36 €/tonnellata.

*Soluzione 1.* Occorre costruire degli indici che descrivano il fenomeno economico nella sua complessità costitutiva e nelle eventuali variazioni spazio/temporali.

# Numeri indici dei prezzi al consumo

---

**Definizione 1.** Definiamo **numeri indice** (*n.i.*) quei particolari rapporti statistici che in modo sintetico descrivono uno o più fenomeni economici rilevati in diverse situazioni di tempo o di luogo, fissandone una a riferimento detta *base*.

I fenomeni economici indagati ed i corrispondenti n.i. sono:

- *attività industriale*:
  - n.i. della produzione industriale;
  - n.i. del fatturato e degli ordinativi;
  - n.i. delle costruzioni.
- *interscambi commerciali*:
  - n.i. dei di quantità;
  - n.i. di valori per importazioni;
  - n.i di valori per esportazioni

# Numeri indici dei prezzi al consumo

---

- *servizi*: $\left\{\begin{array}{l} \text{n.i. delle vendite al dettaglio;} \\ \text{n.i. del fatturato.} \end{array}\right.$
- *prezzi*: $\left\{\begin{array}{l} \text{n.i. dei prezzi al consumo;} \\ \text{n.i. dei prezzi alla produzione.} \end{array}\right.$
- *mercato del lavoro*: $\left\{\begin{array}{l} \text{n.i. dell'occupazione;} \\ \text{n.i. delle retribuzioni;} \\ \text{n.i. del costo della vita.} \end{array}\right.$
- *contabilità nazionale*: $\left\{\begin{array}{l} \text{i deflatori;} \\ \text{n.i. di costi e margini.} \end{array}\right.$

## 2 – Lo strumento: n.i.

I n.i. sono dei numeri puri<sup>a</sup>, positivi<sup>b</sup> e si classificano a seconda di:

- il n.ro dei fenomeni coinvolti:  $\begin{cases} 1, & \text{n.i. semplici;} \\ > 1, & \text{n.i. complessi.} \end{cases}$
- la natura dei componenti di  $X^c$ :  $\begin{cases} \text{uguale,} & \text{n.i. sintetico;} \\ \text{diversa,} & \text{n.i. composito.} \end{cases}$

---

<sup>a</sup> cioè privi di unità di misura

<sup>b</sup> perchè registrano un dato reale

<sup>c</sup> con  $X$  intendiamo il fenomeno economico indagato

## 2.1 – Numeri indice semplici

Sia  $x_t$  con  $t \in [1, T]$  la serie storica<sup>a</sup> che descrive il fenomeno economico  $X$ , definiamo **n.i. semplice** o **elementare** il rapporto tra due qualsiasi termini della successione temporale.

$${}_bI_t = \frac{x_t}{x_b}$$

che si legge «*n.i. del tempo  $t$  in base  $b$* » e dove:

- $b \in [0, T]$  è detto *tempo base*;
- $t \in [0, T]$  è detto *tempo corrente* o *di riferimento*

Di solito l'indice è in base 100 per cui  ${}_bI_t \times 100$ .

---

<sup>a</sup> vedi `se2011-serie-storiche.pdf`

# Numeri indici dei prezzi al consumo

**Esempio 1.** In Fig. 1 è riportata la distribuzione degli stranieri residenti in Italia negli anni 2003-2007

## Prospetto 2.2

### Indicatori di struttura della popolazione straniera residente in Italia - Anni 2003-2007

ANNI RIPARTIZIONI GEOGRAFICHE	Totale stranieri residenti (valori assoluti)	Distribuzione percentuale				Età media	Incidenza percentuale sulla popolazione residente				
		0-17 anni	18-39 anni	40-64 anni	65 anni e oltre		0-17 anni	18-39 anni	40-64 anni	65 anni e oltre	Totale
1. 1. 2003	1.549.373	22,8	52,0	22,4	2,7	30,5	3,6	4,5	1,9	0,4	2,7
1. 1. 2004	1.990.159	20,8	53,3	23,6	2,3	30,9	4,2	5,9	2,5	0,4	3,4
1. 1. 2005	2.402.157	20,9	52,6	24,4	2,1	30,9	5,0	7,1	3,0	0,4	4,1
1. 1. 2006	2.670.514	22,0	50,8	25,1	2,1	30,8	5,9	7,7	3,4	0,5	4,5
AL 1° GENNAIO 2007 - PER RIPARTIZIONE GEOGRAFICA											
Nord-ovest	1.067.218	23,6	49,7	24,7	1,9	30,3	10,3	12,1	4,8	0,6	6,8
Nord-est	802.239	23,9	50,0	24,3	1,7	30,0	10,7	12,6	5,0	0,6	7,2
Centro	727.690	21,5	48,7	27,2	2,6	31,8	8,5	10,8	5,0	0,8	6,3
Sud	244.088	18,4	48,6	30,3	2,6	33,1	1,6	2,7	1,6	0,3	1,7
Isole	97.687	21,1	45,5	30,4	2,9	32,6	1,7	2,2	1,4	0,2	1,5
<b>Italia</b>	<b>2.938.922</b>	<b>22,7</b>	<b>49,3</b>	<b>25,9</b>	<b>2,1</b>	<b>30,9</b>	<b>6,6</b>	<b>8,4</b>	<b>3,8</b>	<b>0,5</b>	<b>5,0</b>

Figura 1: Fonte: ISTAT Annuario 2008 pag. 50

# Numeri indici dei prezzi al consumo

---

Se consideriamo come base il dato 1549373 del *1.1.2003* un indice temporale à  $\frac{1990159}{1549373} = 1.28$  la cui lettura à resa più agevole moltiplicando il risultato per 100:

*si rileva che dal 1.1.2003 al 1.1.2004 c'è stato un incremento di stranieri residenti in Italia pari al 28%.*



Se consideriamo come base il dato 1067218 dell'area geografica *Nord-ovest* un indice territoriale à  $\frac{802239}{1067218} = 0.75$  la cui lettura à resa più agevole moltiplicando per 100:

*rispetto all'area geografica Nord-ovest c'è una diminuzione del 25% di stranieri residenti nel Nord-est.* □

# Numeri indici dei prezzi al consumo

---

I n.i. semplici si distinguono in:

- **n.i. a base fissa** se ogni  $x_i$  è rapportato allo stesso  $x_b$

Scelto  $b = 0$  otteniamo la serie di n.i. semplici

$${}_0I_1 = \frac{x_1}{x_0}; \quad {}_0I_2 = \frac{x_2}{x_0}; \quad \dots \quad ; \quad {}_0I_T = \frac{x_T}{x_0}$$

- **n.i. a base mobile o concatenata** se ogni  $x_i$  è rapportato al termine precedente  $x_{i-1}$

$${}_0I_1 = \frac{x_1}{x_0}; \quad {}_1I_2 = \frac{x_2}{x_1}; \quad \dots \quad ; \quad {}_{i-1}I_i = \frac{x_i}{x_{i-1}}; \quad \dots \quad ; \quad {}_{T-1}I_T = \frac{x_T}{x_{T-1}}.$$



# Numeri indici dei prezzi al consumo

---

## Proprietà dei n.i. semplici

I. *identità*:  ${}_b I_b = 1 \quad \forall b \in [0, T];$

II. *reversibilità*:  ${}_b I_t = \frac{1}{{}_t I_b} \quad \forall b, t \in [0, T];$

III. *circolarità*:  ${}_b I_t \times {}_t I_s = {}_b I_s \quad \forall b, t, s \in [0, T];$

IV. a) *passaggio da base mobile a fissa*:

$$\prod_{i=1}^T {}_{i-1} I_i = \frac{x_1}{x_0} \times \frac{x_2}{x_1} \times \dots \times \frac{x_T}{x_{T-1}} = \frac{x_T}{x_0} = {}_0 I_T$$

b) *passaggio da base fissa a mobile*:

$${}_{i-1} I_i = \frac{{}_0 I_i}{{}_0 I_{i-1}} \quad \forall i \in [1, T].$$

# Numeri indici dei prezzi al consumo

---

V. *reversibilità dei fattori o scomposizione delle cause*: Siano  $x_t$ ,  $y_t$  e  $z_t$  con  $t \in [1, T]$  rispettivamente le serie storiche che descrivono i fenomeni economici  $X$ ,  $Y$  e  $Z$ . Se  $X = Y \times Z$  allora

$${}_bI_t^{(X)} = {}_bI_t^{(Y)} \times {}_bI_t^{(Z)} \quad \text{con } b, t \in [1, T]$$

$Y$  e  $Z$  sono detti *fattori* o *cause* di  $X$ .

**Esempio 2.** Dato un bene di cui conosciamo la quantità  $q_t$ , il prezzo  $p_t$  (e quindi il valore  $v_t = p_t \cdot q_t$ ) al tempo  $t \in [1, T]$  allora la Proprietà V. può essere in tal caso così scritta:

$${}_bI_t^{(v)} = {}_bI_t^{(p)} \times {}_bI_t^{(q)} \quad \text{con } b, t \in [1, T]$$

avendo con l'apice indicato n.i. elementare riferito a

$v$  = valore;       $p$  = prezzo;       $q$  = quantità       $\square$

# Numeri indici dei prezzi al consumo

---

**Esempio 3.** In Tab. 1 è indicato il costo del bene farina

Anno	2006	2007	2008	2009	2010
Prezzo	0.25	0.30	0.35	0.35	0.55

Tabella 1: Costo bene farina periodo 2006-2010

Determinare i n.i. a base mobile e poi da essi costruire i n.i. semplici a base fissa 2006.

*Soluzione:* Per la definizione di n.i. semplice a base mobile si ha:

$$\begin{aligned} {}_{2006}I_{2007} &= \frac{0.30}{0.25} = 1.2; & {}_{2007}I_{2008} &= \frac{0.35}{0.30} = 1.17; \\ {}_{2008}I_{2009} &= \frac{0.35}{0.35} = 1; & {}_{2009}I_{2010} &= \frac{0.55}{0.35} = 1.57. \end{aligned}$$

# Numeri indici dei prezzi al consumo

---

Per determinare i n.i. semplici a base fissa utilizziamo la prop. di circolarità

$${}_{2006}I_{2007} = \frac{0.30}{0.25} = 1.2;$$

$${}_{2006}I_{2008} = {}_{2006}I_{2007} \times {}_{2007}I_{2008} = 1.2 \times 1.17 = 1.404;$$

$${}_{2006}I_{2009} = {}_{2006}I_{2008} \times {}_{2008}I_{2009} = 1.4004 \times 1 = 1.404;$$

$${}_{2006}I_{2010} = {}_{2006}I_{2009} \times {}_{2009}I_{2010} = 1.404 \times 1.57 = 2.204. \quad \square$$

★☆☆ **Esercizio 1.** Calcolare a mezzo della definizione i n.i. semplici a base fissa dell'esempio precedente.

La variazione percentuale del fenomeno economico  $X$  si calcola a

# Numeri indici dei prezzi al consumo

---

mezzo della formula

$$({}_bI_t - 1) \times 100 = T_{\%b,t} = \frac{x_t - x_b}{x_b} \times 100 \quad ^a \quad (1)$$

**Esempio 4.** In Tab. 2 sono riportati i valori assoluti in M€ del Prodotto interno lordo ai prezzi di mercato (PIL) dall'anno 2005 al 2009. Calcolare le variazioni percentuali con base l'anno precedente.

<i>anno</i>	<i>2005</i>	<i>2006</i>	<i>2007</i>	<i>2008</i>	<i>2009</i>
<i>PIL</i>	1429479	1485377	1546177	1567851	1520870

Tabella 2: Andamento del PIL (*Fonte: Istat*)

*Soluzione:* In base alla (1) otteniamo:

---

<sup>a</sup> Vedi `se2011-operazioni-elementari.pdf`

# Numeri indici dei prezzi al consumo

---

- la variazione del 2006 rispetto al 2005 è:

$$({}_{2005}I_{2006} - 1) \times 100 = \frac{1485377 - 1429479}{1429479} \times 100 = 3.9;$$

- la variazione del 2007 rispetto al 2006 è:

$$({}_{2006}I_{2007} - 1) \times 100 = \frac{1546177 - 1485377}{1485377} \times 100 = 4.1;$$

- la variazione del 2008 rispetto al 2007 è:

$$({}_{2007}I_{2008} - 1) \times 100 = \frac{1567851 - 1546177}{1546177} \times 100 = 1.4;$$

- la variazione del 2009 rispetto al 2008 è:

$$({}_{2008}I_{2009} - 1) \times 100 = \frac{1520870 - 1567851}{1567851} \times 100 = -3.0. \quad \square$$

## 2.2 – Numeri indice complessi

Dato un fenomeno economico  $X$  dipendente dalle grandezze  $x_i$  con  $i = 1, 2, \dots, n$  e misurato nel periodo  $[1, T]$

$$x_i = (x_{it})_{1 \leq t \leq T} = \begin{pmatrix} x_{i1} & x_{i2} & \cdots & x_{iT} \end{pmatrix}' \in \mathbb{R}^T \quad \forall i = 1, 2, \dots, n$$

$$X = (x_1, x_2, \dots, x_n) = \begin{pmatrix} x_{11} & x_{21} & \cdots & x_{n1} \\ x_{12} & x_{22} & \cdots & x_{n2} \\ \cdots & \cdots & \ddots & \cdots \\ x_{1T} & x_{2T} & \cdots & x_{nT} \end{pmatrix} \in \mathbb{R}^{n \times T} = \mathbb{R}^{nT}$$

la variazione di  $X$  nel tempo  $t$  rispetto al tempo base  $b$  è misurata attraverso il n.i. complesso  ${}_b\mathcal{I}_t$ .

# Numeri indici dei prezzi al consumo

---

Le variazioni di prezzo di un paniere di  $n$  beni sono misurate a mezzo di un n.i. complesso.

*Osservazione 1.* Affinché il fenomeno  $X$  sia rappresentato efficacemente e misurato correttamente nella sua dinamicità temporale è necessario che le grandezze  $x_i$  siano indipendenti tra loro.

In base alla Definizione 1 il n.i. complesso<sup>a</sup>  ${}_b\mathcal{I}_t$  scaturirà dal confronto di due vettori di  $\mathbb{R}^n$ :

$$x_b = (x_{ib})_{1 \leq i \leq n} \quad \text{e} \quad x_t = (x_{it})_{1 \leq i \leq n} \quad \text{con } b, t \in [1, T]$$

che rappresentano i valori della serie storica di  $X$  rispettivamente al

---

<sup>a</sup> e *sintetico* data la natura omogenea delle componenti



# Numeri indici dei prezzi al consumo

---

tempo base  $b^b$  e al tempo  $t$ .

La costruzione del n.i. complesso dovrà rispondere a due domande:

Q1. Come sintetizzare un vettore di  $\mathbb{R}^n$ ?

Q2. Quale criterio adottare per calcolare  ${}_b\mathcal{I}_t$ ?

Chiamiamo  $F : \mathbb{R}^n \rightarrow \mathbb{R}$  funzione di aggregazione se ad ogni vettore  $(x_1, x_2, \dots, x_n)$  di  $\mathbb{R}^n$  è associato un numero  $\mathbf{x}$  che rappresenti la serie  $x_i$  con  $i = 1, 2, \dots, n$ . Esistono due funzioni di aggregazione che rispondono al quesito Q1.:

---

<sup>b</sup>Se la base  $b$  è fissa allora la situazione  $(x_{ib})_{1 \leq i \leq n}$  di  $X$  è quella giudicata “sufficientemente normale” tra tutte quelle che  $X$  assume nell’arco temporale  $[1, T]$ .

- funzione di aggregazione senza ponderazione:

$$F(X) = F(x_1, x_2, \dots, x_n) = \left\{ \begin{array}{ll} M(X) = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n x_i, & \text{med. aritm.;} \\ M_g(X) = \sqrt[n]{\prod_{i=1}^n x_i}, & \text{media geometr.;} \\ M_a(X) = \frac{n}{\sum_{i=1}^n \frac{1}{x_i}}, & \text{media armon.} \end{array} \right.$$

in cui ogni variabile  $x_i$  partecipa al calcolo di  $\mathbf{x}$  con “eguale importanza” ovvero con peso uguale ad 1.

# Numeri indici dei prezzi al consumo

---

- funzione di aggregazione con ponderazione:

$$W(x_i) = w_i \quad \text{funzione peso}$$

$$x_i^w = x_i w_i$$

$$X^w = (x_1^w, x_2^w, \dots, x_n^w) \quad \text{grandezza pesata}$$

$$F(X) = F(x_1, x_2, \dots, x_n) = \begin{cases} M(X^w); \\ M_g(X^w); \\ M_a(X^w). \end{cases}$$

in cui ad ogni  $x_i$  è associato un peso  $w_i$  e la  $F$  è la media (aritmetica, o geometrica, o armonica) calcolata su  $X$  pesato.

La domanda Q2. trova risposta in una delle due procedure:

- calcolo del n.i. complesso come rapporto di funzioni di

# Numeri indici dei prezzi al consumo

---

aggregazioni

$${}_b\mathcal{I}_t =_{F[X(b)]} I_{F[X(t)]}$$

- calcolo del n.i. complesso come funzione di aggregazione di rapporti

$${}_b\mathcal{I}_t = F({}_bI_{1t}, {}_bI_{2t}, \dots, {}_bI_{nt})$$

Combinando le funzioni di aggregazione con le procedure di calcolo otteniamo i n.i. complessi di Tab. 3<sup>c</sup>.

*Osservazione 2.* Tra le funzioni di aggregazione quella maggiormente usata ed apprezzata per le sue proprietà e la velocità computazionale è la media aritmetica. A meno di precisazioni porremo  $F(\cdot) \equiv M(\cdot)$ .

---

<sup>c</sup> Con la notazione  ${}_bI_{it}$  indichiamo il n.i. semplice di  $x_i$  mentre  ${}_bI_{it}^w = {}_bI_{it}w_i$  ovvero il n.i. semplice di  $x_i^w$ .

# Numeri indici dei prezzi al consumo

	rapporto di aggregazione	aggregazione di rapporti	$F$
senza ponderazione	$\frac{\sum_{i=1}^n x_{it}}{\sum_{i=1}^n x_{ib}} \times 100$	$\frac{1}{n} \sum_{i=1}^n {}_bI_{it}$	$M(X)$
	$\frac{\sqrt[n]{\prod_{i=1}^n x_{it}}}{\sqrt[n]{\prod_{i=1}^n x_{ib}}} \times 100$	$\sqrt[n]{\prod_{i=1}^n {}_bI_{it}}$	$M_g(X)$
	$\frac{\sum_{i=1}^n \frac{1}{x_{ib}}}{\sum_{i=1}^n \frac{1}{x_{it}}} \times 100$	$\frac{n}{\sum_{i=1}^n \frac{1}{{}_bI_{it}}}$	$M_a(X)$
con ponderazione	$\frac{\sum_{i=1}^n x_{it}^w}{\sum_{i=1}^n x_{ib}^w} \times 100$	$\frac{1}{\sum_{i=1}^n w_i} \sum_{i=1}^n {}_bI_{it}^w$	$M(X)$
	$\frac{\sqrt[n]{\prod_{i=1}^n x_{it}^w}}{\sqrt[n]{\prod_{i=1}^n x_{ib}^w}} \times 100$	$\sum_{i=1}^n w_i \sqrt[n]{\prod_{i=1}^n {}_bI_{it}^w}$	$M_g(X)$
	$\frac{\sum_{i=1}^n \frac{1}{x_{ib}^w}}{\sum_{i=1}^n \frac{1}{x_{it}^w}} \times 100$	$\frac{\sum_{i=1}^n w_i}{\sum_{i=1}^n \frac{1}{{}_bI_{it}^w}}$	$M_a(X)$

Tabella 3: Schema riassuntivo del n.i. complesso  ${}_b\mathcal{I}_t$

# Numeri indici dei prezzi al consumo

---

$x_i$	$b = 0$	$t = 1$
$A$	27	29
$B$	35	36
$C$	56	62
$D$	43	33

Tabella 4: Struttura fenomeno  $X$

**Esempio 5.** In Tab. 4 è riportato un fenomeno  $X$  con 4 componenti i cui valori sono riferiti all'intervallo di tempo  $[0, 1]$ . Calcolare il n.i. complesso di  $X$  nell'intervallo  $[0, 1]$  con rapporto di aggregazione non ponderata.

*Soluzione:* In base alla definizione di rapporto di aggregazione non

ponderata l'indice richiesto che valuta la variazione di  $X$  al tempo 1 rispetto al tempo 0 è:

$${}_0I_1 = \frac{29 + 36 + 62 + 33}{27 + 35 + 56 + 43} \times 100 = 99.37$$

Nel complessivo i componeti  $A$ ,  $B$ ,  $C$  e  $D$  del fenomeno  $X$  sono diminuiti nell'intervallo  $[0, 1]$  dell'0.63%. □

★★☆ **Esercizio 1.** Con riferimento ai dati di Tab. 4 calcolare il n.i. complesso mediante aggregazione non ponderata di rapporti.

# Numeri indici dei prezzi al consumo

---

$x_i$	$b = 0$	$t = 1$	$w_i$
$A$	35	42	1.5
$B$	28	31	2.0

Tabella 5: Struttura fenomeno  $X$

**Esempio 6.** In Tab. 5 è riportato un fenomeno  $X$  con 2 componenti i cui valori sono riferiti all'intervallo di tempo  $[0, 1]$  e di pesi  $w_1$  e  $w_2$ . Calcolare il n.i. complesso di  $X$  nell'intervallo  $[0, 1]$  con aggregazione ponderata di rapporti.

*Soluzione:* Calcoliamo per ogni componente il n.i. semplice al tempo



# Numeri indici dei prezzi al consumo

---

1 rispetto al tempo 0:

$${}_0I_{A1} = \frac{42}{35} \times 100 = 120.0 \qquad {}_0I_{B1} = \frac{31}{28} \times 100 = 110.7.$$

Il n.i. complesso ottenuto con aggregazione ponderata di rapporti è:

$$\begin{aligned} {}_0\mathcal{I}_1 &= \frac{{}_0I_{A1} \times w_1 + {}_0I_{B1} \times w_2}{w_1 + w_2} = \\ &= \frac{120 \times 1.5 + 110.7 \times 2.0}{1.5 + 2.0} = 114.69. \end{aligned}$$

Nel complessivo i componeti  $A$  e  $B$  del fenomeno  $X$  sono aumentati nell'intervallo  $[0, 1]$  del 14.69%. □

★★☆ **Esercizio 2.** Con riferimento ai dati di Tab. 5 calcolare il n.i. complesso mediante rapporto di aggregazione ponderata.

# Numeri indici dei prezzi al consumo

---

## Proprietà dei n.i. complessi

- I. *identità*:  ${}_T\mathcal{I}_T = 1$ ;
- II. *reversibilità delle basi*:  $\frac{1}{{}_T\mathcal{I}_b} = {}_b\mathcal{I}_T$ ;
- III. *commensurabilità*: l'indice rimane eguale cambiando l'ordine di grandezza delle unità di misura usata per le quantità;
- IV. *determinatezza*: l'indice non deve essere 0 oppure  $\rightarrow \infty$  quando i suoi termini si annullano o tendono all'infinito;
- V. *proporzionalità*: se  $p_{kt} = \alpha p_{k0}$  per ogni  $k \in [1; n]$  allora  ${}_1\mathcal{I}_T = \alpha$ ;
- VI. *circolarità*:  ${}_b\mathcal{I}_s \times {}_s\mathcal{I}_T = {}_b\mathcal{I}_T$ ;
- VII. *reversibilità dei fattori o scomposizione delle cause*: se  $Y$  e  $Z$  sono le cause di  $X$  (se  $X = Y \times Z$ ) si ha  ${}_1^{(X)}\mathcal{I}_T = {}_1^{(Y)}\mathcal{I}_T \times {}_1^{(Z)}\mathcal{I}_T$ .

# Numeri indici dei prezzi al consumo

## 3 – N.i. dei beni

Sia  $X$  un paniere composto dai beni  $b_i$  con  $i = 1, 2, \dots, n$  e misurato nel periodo di tempo  $[1, T]$  di cui conosciamo i vettori quantità  $q_i = (q_{it})_{1 \leq t \leq T}$  e prezzo  $p_i = (p_{it})_{1 \leq t \leq T}$  al tempo  $t \in [1, T]$ .

Bene	Prezzo				Quantità			
	1	2	...	$T$	1	2	...	$T$
1	$p_{11}$	$p_{12}$	...	$p_{1T}$	$q_{11}$	$q_{12}$	...	$q_{1T}$
2	$p_{21}$	$p_{22}$	...	$p_{2T}$	$q_{21}$	$q_{22}$	...	$q_{2T}$
...	...	...	...	...	...	...	...	...
$n$	$p_{n1}$	$p_{n2}$	...	$p_{nT}$	$q_{n1}$	$q_{n2}$	...	$q_{nT}$

Tabella 6: Prezzi e quantità dei beni  $b_i$  del paniere  $X$

In merito ai panieri di beni e/o servizi esistono precise modalità di aggregazione con ponderazione per il calcolo del n.i. complessi sintetici per prezzo, quantità e valore calcolati al tempo  $t$  rispetto alla base  $b$ .

## 3.1 – Rapporto di aggregazione di valori

Con riferimento alla Tab. 6 consideriamo soltanto i seguenti aggregati di valore  $v_s^r$  ottenuti come prodotto scalare del vettore prezzo  $p_r$  e della quantità  $q_s$  del paniere:

- $v_1^1 = p_1 \times q_1 = \sum_{i=1}^n p_{i1} q_{i1}$  = valore del paniere al tempo  $t = 1$  (valore reale);
- $v_T^T = p_T \times q_T = \sum_{i=1}^n p_{iT} q_{iT}$  = valore del paniere al tempo  $t = T$  (valore reale);

# Numeri indici dei prezzi al consumo

---

- $v_T^1 = p_1 \times q_T = \sum_{i=1}^n p_{i1} q_{iT} =$  valore del paniere calcolato con le quantità finali del tempo  $t = T$  ai prezzi iniziali del tempo  $t = 1$  (valore virtuale);
- $v_1^T = p_T \times q_1 = \sum_{i=1}^n p_{iT} q_{i1} =$  valore del paniere calcolato con le quantità iniziali del tempo  $t = 1$  ai prezzi finali del tempo  $t = T$  (valore virtuale)<sup>a</sup>.

I n.i. complessi sintetici che otteniamo sono:

---

<sup>a</sup> Ricordiamo che il tempo iniziale è quello scelto come tempo base, che in altre occasioni abbiamo indicato con  $b$ , ed il tempo finale è il tempo in cui si vuole misurare la variazione di  $X$ , che in tale sede, per praticità, abbiamo indicato con  $T$ , ma in generale è un  $t$  scelto diverso da  $b$ .

# Numeri indici dei prezzi al consumo

---

n.i. di valore :

$${}_1^v \mathcal{I}_T = {}_1^v I_T = \frac{v_T^T}{v_1^1} \times 100 = \frac{\sum_{i=1}^n p_{iT} q_{iT}}{\sum_{i=1}^n p_{i1} q_{i1}} \times 100$$

n.i. dei prezzi :

- DI LASPEYRES:

$$\begin{aligned} {}_1^p \mathcal{I}_T^L &= \frac{\sum_{i=1}^n \frac{p_{iT}}{p_{i1}} \cdot p_{i1} q_{i1}}{\sum_{i=1}^n p_{i1} q_{i1}} \times 100 = \\ &= \frac{v_1^T}{v_1^1} \times 100 = \frac{\sum_{i=1}^n p_{iT} q_{i1}}{\sum_{i=1}^n p_{i1} q_{i1}} \times 100 \quad (2) \end{aligned}$$

che è un indice *a base fissa e ponderazione fissa* perché la (2) è calcolata come aggregazione di rapporti dei prezzi ognuno con

# Numeri indici dei prezzi al consumo

---

il peso uguale al valore del bene nell'anno base (vedi secondo membro) e pertanto si parla di **Metodo dell'anno base**.

- DI PAASCHE:

$$\begin{aligned} {}^p_1\mathcal{I}_T^P &= \frac{\sum_{i=1}^n \frac{p_{iT}}{p_{i1}} \cdot p_{i1}q_{iT}}{\sum_{i=1}^n p_{i1}q_{iT}} \times 100 = \\ &= \frac{v_T^T}{v_T^1} \times 100 = \frac{\sum_{i=1}^n p_{iT}q_{iT}}{\sum_{i=1}^n p_{i1}q_{iT}} \times 100 \quad (3) \end{aligned}$$

che è un indice *a base fissa e ponderazione variabile* in quanto la (3) è calcolata come aggregazione di rapporti dei prezzi ognuno con peso uguale al prodotto del prezzo al tempo base per la quantità al tempo finale (vedi secondo membro) e

# Numeri indici dei prezzi al consumo

---

pertanto si parla di **Metodo dell'anno dato**.

**n.i. delle quantità** : come per i prezzi anche per le quantità si hanno i n.i.:

- DI LASPEYRES:

$$\begin{aligned} {}^q_1\mathcal{I}_T^L &= \frac{\sum_{i=1}^n \frac{q_{iT}}{q_{i1}} \cdot p_{i1} q_{i1}}{\sum_{i=1}^n p_{i1} q_{i1}} \times 100 = \\ &= \frac{v_T^1}{v_1^1} \times 100 = \frac{\sum_{i=1}^n q_{iT} p_{i1}}{\sum_{i=1}^n p_{i1} q_{i1}} \times 100 \quad (4) \end{aligned}$$

che è un indice *a base fissa e ponderazione fissa*

- DI PAASCHE:



# Numeri indici dei prezzi al consumo

---

$$\begin{aligned} {}^q_1\mathcal{I}_T^P &= \frac{\sum_{i=1}^n \frac{q_{iT}}{q_{i1}} \cdot p_{i1} q_{iT}}{\sum_{i=1}^n p_{i1} q_{iT}} \times 100 = \\ &= \frac{v_T^T}{v_1^T} \times 100 = \frac{\sum_{i=1}^n q_{iT} p_{iT}}{\sum_{i=1}^n p_{iT} q_{i1}} \times 100 \quad (5) \end{aligned}$$

che è un indice *a base fissa e ponderazione variabile*.

*Osservazione 3.* In generale i n.i. dei prezzi (*risp.* quantità) di Laspeyres e di Paasche sono differenti. Precisamente vale la relazione

$${}_1^p\mathcal{I}_T^P = {}_1^p\mathcal{I}_T^L + r \frac{\sigma_p \sigma_q}{{}_1^q\mathcal{I}_T^L} \quad (6)$$

dove  $r = \frac{\sum ({}_1^pI_t - {}_1^p\mathcal{I}_T^L)({}_1^qI_t - {}_1^q\mathcal{I}_T^L)}{\sigma_p \sigma_q \sum p_1 q_1}$  è il coefficiente di correlazione lineare tra variazioni dei prezzi e variazioni delle quantità, ponderato con i

# Numeri indici dei prezzi al consumo

---

valori al tempo 0 e

$$\sigma_p = \sqrt{\frac{\sum \left( \frac{p_T}{p_1} - {}^p_1 \mathcal{I}_T^L \right)^2 p_1 q_1}{\sum p_1 q_1}}; \quad \sigma_q = \sqrt{\frac{\sum \left( \frac{q_T}{q_1} - {}^q_1 \mathcal{I}_T^L \right)^2 p_1 q_1}{\sum p_1 q_1}}$$

In generale per i prezzi di beni domandati  $r < 0$  e pertanto dalla (6) si ottiene

$${}^p_1 \mathcal{I}_T^L > {}^p_1 \mathcal{I}_T^P$$

disuguaglianza detta di *tendenziosità positiva dell'indice di Lasperyses*.

# Numeri indici dei prezzi al consumo

**Esempio 7.** In Tab. 7 sono riportati i prezzi (in €/kg) e le quantità vendute (in kg) di prodotti caseari in un supermercato nei mesi di gennaio e dicembre '10

prodotto	gen'10		dic'10	
	prezzo (€/kg)	quantità (kg)	prezzo (€/kg)	quantità (kg)
latte	0.75	413	0.83	453
mozzarella	5.90	640	5.50	610
formaggio	12.00	510	13.00	450
ricotta	4.50	85	4.30	78

Tabella 7: Vendita di caseari in un supermercato *gen'10* - *dic'10*

Calcolare gli indici dei prezzi di Laspeyres e di Paasche.

# Numeri indici dei prezzi al consumo

---

*Soluzione:* Per semplicità poniamo

$$gen'10 = 1 \quad \text{e} \quad dic'10 = T$$

e calcoliamo gli aggregati di valore:

- $v_1^1 = 0.75 \times 413 + 5.90 \times 640 + 12.00 \times 510 + 4.50 \times 85 = 10588.25;$
- $v_1^T = 0.83 \times 413 + 5.50 \times 640 + 13.00 \times 510 + 4.30 \times 85 = 10858.29;$
- $v_T^1 = 0.75 \times 453 + 5.90 \times 610 + 12.00 \times 450 + 4.50 \times 78 = 9689.75;$
- $v_T^T = 0.83 \times 453 + 5.50 \times 610 + 13.00 \times 450 + 4.30 \times 78 = 9916.39.$

In base alla formula (2) l'indice di Laspeyres è:

$${}_1^p\mathcal{I}_T^L = \frac{v_1^T}{v_1^1} \times 100 = \frac{10858.29}{10588.25} \times 100 = 102.6$$

In base alla formula (3) l'indice di Paasche è:

$${}_1\mathcal{I}_T^P = \frac{v_T^T}{v_T^1} \times 100 = \frac{9916.39}{9689.75} \times 100 = 102.3$$

□

★★☆ **Esercizio 3.** Con riferimento ai dati di Tab. 7 calcolare gli indici delle quantità di Laspeyres e di Paasche.

★★☆ **Esercizio 4.** Con riferimento ai dati di Tab. 7 verificare l'identità (6).

Esistono  $T^2$  aggregati di valore  $v_s^r = p_s \times q_r$  con  $r, s \in [1, T]$  che accoppiati danno vita a  $\binom{T^2}{2}$  n.i. complessi di cui gli indici di Paasche e di Laspeyres rappresentano le condizioni agli estremi di questa famiglia di indici, il primo rispetto al valore teorico ed il secondo

rispetto al valore reale.

Definiamo **indice di Fisher** la media geometrica dell'indice di Paasche e dell'indice di Laspeyres.

$${}_1\mathcal{I}_T^F = \sqrt{{}_1\mathcal{I}_T^L {}_1\mathcal{I}_T^P} = \sqrt{\frac{v_1^T v_T^T}{v_1^1 v_T^1}} = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^n p_{iT} q_{i1}}{\sum_{i=1}^n p_{i1} q_{i1}} \cdot \frac{\sum_{i=1}^n p_{iT} q_{iT}}{\sum_{i=1}^n p_{i1} q_{iT}}} \quad (7)$$

*Osservazione 4.* Non esiste un indice dei prezzi ottenuto come rapporto di aggregati di valore che sia ideale ovvero che possa soddisfare a tutte le proprietà dei n.i. complessi. Infatti le proprietà III., IV., e V. negano l'esistenza della proprietà VI.

★★☆ **Esercizio 5.** Verificare che l'indice di Laspeyres e di Paasche non soddisfano le proprietà II., VI. e VII..

★★★**Esercizio 2.** Con riferimento ai dati di Tab. 7 calcolare l'indice di Fisher dei prezzi e delle quantità.

**Esempio 8.** Dimostrare che l'indice di Fisher gode della proprietà di reversibilità delle basi.

*Soluzione:* Per la definizione di indice di Fisher la (7) può essere così riscritta:

$${}_1^p\mathcal{I}_T^F = \sqrt{\frac{v_1^T v_T^T}{v_1^1 v_T^1}} = \frac{1}{\sqrt{\frac{v_T^1 v_1^1}{v_T^T v_1^T}}} = \frac{1}{{}_T^p\mathcal{I}_1^F}$$

□

## 3.2 – Medie degli indici elementari pesati

Il secondo metodo per calcolare un n.i. complesso dei beni è l'aggregazione ponderata di rapporti. Innanzitutto occorre scegliere il paniere ovvero precisare quali e quanti beni devono partecipare al calcolo dell'indice. Nel caso in cui il paniere  $X$  sia costituito dai beni  $b_i$  pesati  $w_i$  con  $i = 1, 2, \dots, n$  e misurati nel periodo di tempo  $[1, T]$  di cui conosciamo i vettori prezzo  $p_i = (p_{it})_{1 \leq t \leq T}$  e quantità  $q_i = (q_{it})_{1 \leq t \leq T}$  allora si hanno:

**n.i. dei prezzi :**

$${}_1^p \mathcal{I}_T = \frac{\sum_{i=1}^n {}_1^p I_{iT} w_i}{\sum_{i=1}^n w_i} = \frac{\sum_{i=1}^n \frac{p_{iT}}{p_{i1}} w_i}{\sum_{i=1}^n w_i} \quad (8)$$



n.i. delle quantità :

$${}_1^q \mathcal{I}_T = \frac{\sum_{i=1}^n {}_1^q I_{iT} w_i}{\sum_{i=1}^n w_i} = \frac{\sum_{i=1}^n \frac{q_{iT}}{q_{i1}} w_i}{\sum_{i=1}^n w_i} \quad (9)$$

**Esempio 9.** Con riferimento ai dati di Tab. 7 calcolare il n.i. complesso per i prezzi con aggregazione ponderata di pesi

$$w_{\text{latte}} = 35.6; w_{\text{mozzarella}} = 22.8; w_{\text{formaggio}} = 18.6; w_{\text{ricotta}} = 23$$

*Soluzione:* Per ognuno dei beni del paniere calcoliamo il n.i. semplice

# Numeri indici dei prezzi al consumo

---

considerando  $gen'10=1$  e  $dic'10=T$ :

$$\begin{aligned} {}^p_0I_{latte,T} &= \frac{0.83}{0.75} \times 100 = 110.67 & {}^p_0I_{mozzarella,T} &= \frac{5.50}{5.90} \times 100 = 93.22 \\ {}^p_0I_{formaggio,T} &= \frac{13.00}{12.00} \times 100 = 108.37 & {}^p_0I_{ricotta,T} &= \frac{4.30}{4.50} \times 100 = 95.56 \end{aligned}$$

In base alla formula (8) l'indice dei prezzi con aggregazione ponderata è:

$${}^p_1\mathcal{I}_T = \frac{110.67 \times 35.6 + 93.22 \times 22.8 + 108.37 \times 18.6 + 95.56 \times 23}{35.6 + 22.8 + 18.6 + 23} = 102.79$$

□

★☆☆ **Esercizio 3.** Con i dati dell'esercizio precedente calcolare il n.i. per le quantità con aggregazione ponderata.

## 4 – N.i. dei prezzi al consumo

**Definizione 2.** I **n.i. dei prezzi al consumo** misurano le variazioni nel tempo, rispetto ad un periodo scelto come base, dei prezzi di un paniere di beni e servizi che sono destinati al consumo finale delle famiglie presenti sul territorio economico nazionale.

I n.i. dei prezzi al consumo prodotti dall'Istat sono:

- **NIC**: indice nazionale dei prezzi al consumo per l'intera collettività. Si distingue in:
  - *NIC* con i tabacchi;
  - *NIS* senza tabacchi.

È un indice macroeconomico che misura la generalità dei consumi delle famiglie presenti in Italia e perciò è utilizzato per misurare

# Numeri indici dei prezzi al consumo

---

l'inflazione a livello di intero sistema economico.

- **FOI**: indice dei prezzi al consumo per le famiglie degli operai e impiegati. Si distingue in:
  - *FOI* con i tabacchi;
  - *FOS* senza tabacchi

È un indice che riguarda i consumi delle famiglie che fanno capo ad un lavoratore dipendente extra-agricolo. È usato per adeguare periodicamente i valori monetari, ad esempio gli affitti o gli assegni dovuti al coniuge separato.

- **IPCA**: indice ammortizzato dei prezzi al consumo per i vari paesi dell'Unione Europea. È stato introdotto da EUROSTAT per misurare i consumi dei beni e servizi che hanno regimi di

# Numeri indici dei prezzi al consumo

---

prezzo comparabili nei diversi paesi e perciò è utilizzato per le comparazioni della misura dell'inflazione a livello europeo.

Raccoglie il 94% dei prezzi dei beni registrati da NIC. Inoltre il paniere esclude, sulla base di un accordo comunitario, le lotterie, il lotto, i concorsi pronostici e i servizi relativi alle assicurazioni sulla vita e le spese sostenute dalla Pubblica Amministrazione per i consumi dei medicinali da parte delle famiglie.

I tre indici hanno:

**in comune** : la rilevazione dei prezzi, la metodologia di calcolo, la base territoriale, la classificazione del paniere articolato in 12 divisioni (ex capitoli di spesa).

**a differenza** : Gli indici nazionali dei prezzi NIC e FOI si basano sullo stesso paniere, ma il peso che attribuiscono ad ogni bene o

# Numeri indici dei prezzi al consumo

---

servizio del paniere cambia in relazione all'importanza che questi rivestono nei consumi della popolazione di riferimento. Inoltre NIC e FOI considerano il prezzo pieno di vendita di prodotti, l'IPCA considera il prezzo effettivamente pagato al consumatore.

Le norme che regolano la rilevazione dei prezzi al consumo sono:

- Regio Decreto Legge del 20/2/1927 n. 222<sup>a</sup>
- L. 621/1975
- D.lgs. 322/1989
- legge n. 81/1992
- Regolamento comunitario 2494/95

---

<sup>a</sup> Convertito in L. n. 2421 del 18/12/1927.

## 4.1 – Il calcolo dell'indice

Il paniere dei beni e servizi, da gennaio 2011, secondo la proposta di revisione della classificazione COICOP (*Classification of Individual Consumption by Purpose*) definita a livello europeo, è composto da 1377 prodotti, che si riaggregano in 591 posizioni con 319 voci di prodotti (vedi Tab. 8).

Non fanno parte del paniere gli autoconsumi, i fitti figurativi delle abitazioni usati dai proprietari, le spese sostenute dalle famiglie per l'acquisto di beni di investimento, le spese di consumo intermedio, il pagamento di tasse di concessione governativa, bolli, imposte dirette, contributi sociali.

# Numeri indici dei prezzi al consumo

Divisioni	Voci di prodotto 2010	Segmenti di consumo 2011	Differenza assoluta	Variazione %
Prodotti alimentari e bevande analcoliche	51	82	31	60,8
Bevande alcoliche e tabacchi	6	10	4	66,7
Abbigliamento e calzature	17	26	9	52,9
Abitazione, Acqua, Energia elettrica e combustibili	10	16	6	60,0
Mobili, articoli e servizi per la casa	23	39	16	69,6
Servizi sanitari e spese per la salute	10	10	0	0,0
Trasporti	24	31	7	29,2
Comunicazioni	3	6	3	100,0
Ricreazione, Spettacolo e Cultura	30	47	17	56,7
Istruzione	5	5	0	0,0
Servizi ricettivi e di ristorazione	7	17	10	142,9
Altri beni e servizi	18	30	12	66,7
<b>Totale</b>	<b>204</b>	<b>319</b>	<b>115</b>	<b>56,4</b>

Tabella 8: indici dei prezzi al consumo classificati per divisione (*Fonte: Istat*)



# Numeri indici dei prezzi al consumo

---

Nel 2011 sono 85 i comuni capoluogo di provincia che concorrono al calcolo degli indici (erano 83 nel 2010) garantendo una copertura in termini di popolazione provinciale pari all'86.7%.

I punti vendita dei comuni capoluogo di provincia nei quali vengono rilevati i prezzi sono circa 42000 e le abitazioni soggette a rilevazione dei canoni di affitto sono 8400 . Nel complesso, ogni mese, le quotazioni di prezzo rilevate ammontano a 578000, di cui 510000 raccolte sul territorio e inviate all'Istat dagli Uffici comunali di statistica e 68000 rilevate in modo centralizzato dall'Istat.

Ogni prodotto  $h$  ha  $n$  referenze ovvero  $n$  parametri identificativi tra cui la varietà, la marca, il modello, il punto vendita in cui è stato rilevato, il numero di quotazioni mensili<sup>b</sup>.

---

<sup>b</sup> 7 al mese per i prodotti alimentari e 5 mensili per quelli non alimentari.

# Numeri indici dei prezzi al consumo

---

Il prezzo della referenza  $n$ -esima del prodotto  $h$  rilevato nel mese  $m$  dell'anno  $a$  nella sede della provincia  $i$  è  $p_{h,m/a,i}(n)$ ; pertanto se consideriamo come tempo base dicembre dell'anno precedente, otteniamo il microindice di variazione del prezzo della referenza  $n$ -esima del prodotto  $h$

$${}^p_{12/a-1}I_{h,m/a,i}(n) = \frac{p_{h,m/a,i}(n)}{p_{h,12/a-1,i}(n)}$$

L'indice elementare di prezzo del prodotto  $h$  della provincia in questione relativa al mese  $m$  dell'anno  $a$  rispetto a dicembre dell'anno precedente è la media geometrica di tutti gli indici di prezzo delle differenzierenze del prodotto  $h$  osservati nei diversi

punti vendita ovvero:

$${}^p_{12/a-1}\mathcal{I}_{h,m/a,i} = \sqrt[N(h,i)]{\prod_{n=1}^{N(h,i)} {}_{12/a-1}I_{h,m/a,i}(n)} \quad (10)$$

essendo  $N(h,i)$  il numero delle rilevazioni relative al prodotto  $h$  della provincia  $i$ .

Ogni comune capoluogo di provincia dispone allora di un indice relativo al prodotto  $h$  rilevato nel mese  $m$  dell'anno  $a$  rispetto a dicembre dell'anno precedente. Si procede allora a quattro distinte aggregazioni territoriali basate sulla formula di Laspeyres:

- **indice generale del capoluogo di provincia:** si ottiene aggregando, secondo la (2), gli indici provinciali  ${}^p_{12/a-1}\mathcal{I}_{h,m/a,i}$  dei prodotti  $h$ , che rappresentano le posizioni rappresentative, con

peso pari alla quota della spesa complessiva che la famiglia destina al consumo di  $h$  (a livello regionale)

$${}^p_{12/a-1}\mathcal{I}_{m/a,i} = \frac{\sum_{h=1}^H {}^p_{12/a-1}\mathcal{I}_{h,m/a,i} \times \phi_{h,R}}{\sum_{h=1}^H \phi_{h,R}} \quad (11)$$

dove  $\phi_{h,R}$  è il peso nella regione  $R$ .

- **indice generale regionale:** si ottiene aggregando tra loro gli indici regionali  ${}^p_{12/a-1}\mathcal{I}_{h,m/a,R}$  dei prodotti  $h$ , che rappresentano le posizioni rappresentative, con peso pari alla quota della spesa complessiva che la famiglia destina al consumo di  $h$  (a livello

regionale)

$${}^p_{12/a-1}\mathcal{I}_{m/a,R} = \frac{\sum_{h=1}^H {}^p_{12/a-1}\mathcal{I}_{h,m/a,R} \times \phi_{h,R}}{\sum_{h=1}^H \phi_{h,R}} \quad (12)$$

- **indice generale nazionale:** si ottiene in tre fasi:
  - 1<sup>a</sup> **fase:** si aggregano , secondo la (2), gli indici di capoluogo di provincia di posizione rappresentativa con pesi pari alla dimensione di ciascun capoluogo di provincia, in termini di popolazione residente, e si costruisce l'indice regionale di

posizione rappresentativa.

$${}_{12/a-1}^p \mathcal{I}_{h,m/a,R} = \frac{\sum_{i \in R} {}_{12/a-1}^p \mathcal{I}_{h,m/a,i} \times \phi_i}{\sum_{i \in R} \phi_i} \quad (13)$$

dove la quantità  $\phi_i$  rappresenta la quota della popolazione residente nel capoluogo di provincia  $i$  della regione  $R$ .

**2<sup>a</sup> fase:** si aggregano , secondo la (2), gli indici regionali di posizione rappresentativa con pesi pari al consumo delle famiglie in quella regione e si costruisce l'indice nazionale di

posizione rappresentativa.

$${}^p_{12/a-1}\mathcal{I}_{h,m/a} = \frac{\sum_{R=1}^{20} {}^p_{12/a-1}\mathcal{I}_{h,m/a,R} \times \phi_{h,R}}{\sum_{R=1}^{20} \phi_{h,R}} \quad (14)$$

dove la quantità  $\phi_{h,R}$  rappresenta il consumo da parte delle famiglie del prodotto  $h$  nella regione  $R$ .

**3<sup>a</sup> fase:** Operando la media ponderata degli indici nazionali di posizione rappresentativa otteniamo l'indice generale

# Numeri indici dei prezzi al consumo

---

nazionale dei prezzi al consumo:

$${}^p_{12/a-1}\mathcal{I}_{m/a} = \frac{\sum_{h=1}^H {}^p_{12/a-1}\mathcal{I}_{h,m/a} \times \phi_h}{\sum_{h=1}^H \phi_{h,G}} \quad (15)$$

dove la quantità  $\phi_h$  è la quota della spesa delle famiglie per il consumo del prodotto  $h$ .

- **indice generale per ripartizione dell'area geografica:** si ottiene simultaneamente all'indice generale nazionale ed il suo computo avviene in due fasi:  
**1<sup>a</sup> fase:** si aggregano, secondo la (2), tutti gli indici regionali di posizione rappresentativa con pesi di ciascuna regione in



termini di consumo delle famiglie e si ottiene l'indice ripartizionale di posizione rappresentativa:

$${}^p_{12/a-1}\mathcal{I}_{h,m/a,G} = \frac{\sum_{R \in G} {}^p_{12/a-1}\mathcal{I}_{h,m/a,R} \times \phi_{h,R}}{\sum_{R \in G} \phi_{h,R}} \quad (16)$$

dove la quantità  $\phi_{h,R}$  è la quota di prodotto  $h$  consumata dalle famiglie nella regione  $R$  dell'area geografica  $G$ ;

**2<sup>a</sup> fase:** Operando la media ponderata degli indici ripartizionali di posizione rappresentativa otteniamo l'indice generale per

ripartizione geografica dei prezzi al consumo:

$${}^p_{12/a-1}\mathcal{I}_{m/a,G} = \frac{\sum_{h=1}^H {}^p_{12/a-1}\mathcal{I}_{h,m/a,G} \times \phi_{h,G}}{\sum_{h=1}^H \phi_{h,G}} \quad (17)$$

dove la quantità  $\phi_{h,G}$  è la quota di consumo delle famiglie del prodotto  $h$  nell'area geografica  $G$ .

In Tab. 9 sono riportati i pesi degli indici dei prezzi al consumo NIC, FOI e IPCA dell'anno 2010.

# Numeri indici dei prezzi al consumo

CAPITOLI DI SPESA	NIC (%)	IPCA (%)	FOI (%)
Prodotti alimentari e bevande analcoliche	16.5324	17.4125	16.2718
Bevande alcoliche e tabacchi	2.8970	3.0562	3.3659
Abbigliamento e calzature	8.6523	9.5781	9.5000
Abitazione, acqua, elettricità e combustibili	9.6100	10.2064	9.6815
Mobili, articoli e servizi per la casa	8.6641	9.1615	8.7326
Servizi sanitari e spese per la salute	8.1489	3.7804	6.5837
Trasporti	14.2782	15.0687	15.6408
Comunicazioni	2.8281	2.9887	3.0072
Ricreazione, spettacoli e cultura	7.7184	6.8877	8.4120
Istruzione	1.0740	1.1346	1.2473
Servizi ricettivi e di ristorazione	11.3511	11.9953	10.0345
Altri beni e servizi	8.2455	8.7299	7.5227
Indice generale	100.0000	100.0000	100.0000

Tabella 9: Pesi dei capitoli di spesa per il calcolo dei n.i. dei prezzi al consumo nel 2010